

## KATALOG GRUNDKENNTNISSE IN MATHEMATIK

### Zweck des Katalogs

In vielen Grundvorlesungen der Natur- und Ingenieurwissenschaften, der Oekonomie usw. wird Mathematik als Sprache und Werkzeug angewandt und weiterentwickelt. Der vorliegende Katalog enthält eine Reihe von mathematischen Begriffen und Sachverhalten, welche in diesen Lehrveranstaltungen an schweizerischen Hochschulen von Anfang an als bekannt vorausgesetzt werden. Er soll als Orientierungshilfe für Studienanfänger, aber auch für Mittel- und Hochschullehrer dienen und so den Studienbeginn erleichtern. Er zeigt auch, was man nach einem allfälligen Zwischenjahr am ehesten repetieren sollte.

Der Katalog gliedert sich in zwei Teile: Im Teil A werden die erwarteten *allgemeinen mathematischen Fähigkeiten*, in Teil B die spezifischen *Stoffkenntnisse* aufgeführt. Der angegebene Stoff ist im wesentlichen ein Teil des Maturitätsprogramms für die Typen A, B, D und E, wie es im Anhang zum Reglement über die eidgenössischen Maturitätsprüfungen festgelegt ist.

### Teil A. Allgemeine mathematische Fähigkeiten

Bei den "allgemeinen mathematischen Fähigkeiten" geht es um Denkmuster und Fertigkeiten, die sich in der Regel nur durch längere Beschäftigung mit der Mathematik erwerben lassen. Sie können naturgemäss nicht detailliert spezifiziert werden. Im wesentlichen wird folgendes erwartet:

#### 1. Logisches Denken

Es geht hier um Gedankengänge, die in der Mathematik regelmässig auftreten, wie etwa die Unterscheidung von notwendigen und hinreichenden Bedingungen, die Formulierung der Negation von Aussagen und die Kenntnis der Methode des indirekten Beweises. Im weiteren wird Offenheit gegenüber Verallgemeinerung von bekannten und Einführung von neuen Begriffsbildungen vorausgesetzt.

#### 2. Erfassen einer Problemstellung, Technik des Problemlösens

Hier geht es darum, Probleme in die Sprache der Mathematik umzusetzen und dabei Fragen zu stellen wie etwa: "Was ist gegeben, was ist gesucht?", "Sind überhaupt genügend Angaben vorhanden, um das Problem zu lösen?", "Ist die gefundene Lösung sinnvoll?" (zur letzten Frage gehört auch das Kopfrechnen mit Grössenordnungen). Der Gebrauch zweckmässiger Bezeichnungen und Flexibilität in der Verwendung von Notationen fallen ebenfalls in diesen Zusammenhang.

### 3. Erfassen funktioneller Zusammenhänge

Dieser Punkt schliesst Begriffe wie "direkte Proportionalität", "umgekehrte Proportionalität", "Periodizität", "Symmetrie" sowie das Erstellen und Interpretieren von graphischen Darstellungen mit ein.

### 4. Raumvorstellungsvermögen

Hiezu gehört die Fähigkeit, räumliche Gegenstände zu visualisieren und zu skizzieren.

### 5. Sicheres Beherrschen des "Buchstabenrechnens"

Im Zentrum steht das rasche und fehlerfreie Rechnen. Dazu gehört neben den üblichen Regeln auch der Umgang mit Doppelbrüchen und Proportionen.

## Teil B. Spezifische Kenntnisse

Die hier aufgeführten Gegenstände sollen im Hochschulunterricht bedenkenlos verwendet werden können. Von den Studierenden wird nicht nur die Kenntnis der Bedeutung der Begriffe, sondern auch ein sicherer praktischer Umgang mit diesen erwartet.

### 1. Arithmetik und Algebra

1.1 Potenzen mit rationalen Exponenten (inkl. Rechenregeln)

1.2 Einfachste Regeln für Ungleichungen

1.3 Lösen von linearen Gleichungssystemen mit maximal 3 Variablen

1.4 Lösen quadratischer Gleichungen mit einer Variablen

1.5 Spezielle Begriffe und die zugehörigen grundlegenden Beziehungen: Absolutbetrag, Summenzeichen, Fakultät und Binomialkoeffizienten, Notationen der elementaren Mengenlehre.

### 2. Funktionen

2.1 Polynomfunktionen

2.2 Einfache rationale Funktionen

2.3 Wurzelfunktionen

2.4 Exponentialfunktion inkl. Rechenregeln, die Zahl  $e$

2.5 Logarithmusfunktion, inkl. Rechenregeln für Logarithmen

2.6 Trigonometrische Funktionen (Gradmass, Bogenmass; Definition im Einheitskreis); Additionstheoreme für Cosinus und Sinus; Darstellung von periodischen Vorgängen

2.7 Begriff der inversen Funktion an konkreten Beispielen (Quadratfunktion/Wurzelfunktion, Exponentialfunktion/Logarithmus).

Zu diesen Punkten gehört auch die Fähigkeit, die Graphen zu skizzieren, eine Funktion an ihrem Graphen zu erkennen, sowie für 2.4 bis 2.6 die Kenntnis der wichtigsten Funktionswerte.

### 3. Analysis

- 3.1 Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen im anschaulichen Sinn
- 3.2 Begriff der Ableitung und ihre verschiedenen Bezeichnungen
- 3.3 Erkennen von verschiedenen Erscheinungsformen der Ableitung (Tangentenstei-  
gung, Geschwindigkeit etc.)
- 3.4 Bedeutung der ersten Ableitung (Wachstumsverhalten von Funktionen)
- 3.5 Ableitungsformeln für die Grundfunktionen  $x^n$ ,  $\cos$ ,  $\sin$ ,  $\tan$ ,  $\exp$ ,  $\ln$
- 3.6 Produkt- und Quotientenregel, Kettenregel
- 3.7 Bestimmung von Extrema
- 3.8 Bestimmtes Integral als Grenzwert
- 3.9 Erkennen von verschiedenen Erscheinungsformen des Integrals (Flächeninhalt,  
Volumen, Arbeit etc.)
- 3.10 Hauptsatz der Infinitesimalrechnung
- 3.11 Stammfunktionen und Berechnung von Integralen (entsprechend den in 3.5 ge-  
nannten Ableitungsregeln; spezielle Integrationsmethoden wie partielle Integra-  
tion, Substitution, Partialbruchzerlegung werden nicht als bekannt vorausgesetzt)

### 4. Geometrie

- 4.1 Elementargeometrie: Strahlensatz, Aehnlichkeit, Satz von Pythagoras
- 4.2 Flächeninhalte (Rechteck, Dreieck, Kreis)
- 4.3 Volumina (Quader, Kugel, Zylinder, Kegel)
- 4.4 Oberflächen (Quader, Kugel)
- 4.5 Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck
- 4.6 Analytische Geometrie der Ebene: Geradengleichung, Gleichung des Kreises in  
allgemeiner Lage
- 4.7 Vektorrechnung in der Ebene und im Raum: Geometrische Bedeutung und koor-  
dinatenmässige Darstellung der Vektoren und der Operationen Addition, Multi-  
plikation mit einem Skalar, Skalarprodukt, Vektorprodukt.

Am 21.09.1990 wurde diese Fassung verabschiedet.

## Mein privater Wunschzettel

Was gehört zum *Mathematik-Bild* jenes Mittelschulabsolventen, der in seiner späteren Ausbildung nie mehr mit *Mathematik* zu tun hat ?

- Allgemeine Fähigkeiten (werden nicht nur in der *Mathematik* geschult)
  - Ist in der Lage, überall dort, wo es um Schlussfolgerungen geht, Voraussetzungen und Behauptungen, notwendige und hinreichende Bedingungen zu unterscheiden.
  - Kann Schlussweisen auf logische Richtigkeit prüfen.
  - Kann Gesetzmässigkeiten erkennen, Analoga bilden, induktiv und deduktiv Schlussfolgerungen ziehen.
- Technische Fertigkeiten
  - Beherrscht das elementare "Buchstabenrechnen", inkl. Potenzen und Wurzeln. Kann einfache Sachverhalte durch Formeln ausdrücken und Formeln interpretieren.
  - Kennt elementare Flächeninhalts- und Volumenformeln.
  - Erkennt Beziehungen wie direkte und umgekehrte Proportionalität, Aehnlichkeit, Kongruenz.
  - Kann zahlenmässige Aussagen auf ihre grössenordnungsmässige Richtigkeit prüfen.
- Beispiele mathematischer Denkweise. Hat aus der mathematischen Denkwelt exemplarisch die folgenden Paare soweit miterlebt, dass, wenn nicht die konkreten Beispiele, so doch die Idee weiterlebt:
  - Anschauung — präzise Definition
  - Beispiel — allgemeine Situation
  - Analyse — Konstruktion
- Einblick in mathematische Gebiete
  - Kennt die Denkweise (nicht notwendigerweise die Formeln) der Infinitesimalrechnung und deren Bedeutung für Naturwissenschaften, Technik, Oekonomie etc.
  - Weiss, dass die geometrischen Eigenschaften des Raums analytisch fassbar sind.
  - Hat exemplarisch mathematische Modellbildungen gesehen und auf ihren Geltungsbereich überprüft.
  - Hat Beispiele von Anwendungen der *Mathematik* (in Technik, Naturwissenschaften, Oekonomie etc.) gesehen und die praktische Bedeutung der *Mathematik* erkannt.
  - Hat einen Einblick in statistische Methoden erhalten und weiss statistischen Untersuchungen kritisch zu begegnen.
  - Hat die ästhetisch-spielerische Komponente der *Mathematik* miterlebt.
- Zur *Mathematik* im Allgemeinen
  - Weiss, dass die sich *Mathematik* nicht nur mit Zahlen und Figuren abgibt, sondern dass auch mit andern Objekten, wie Funktionen, Vektoren etc. gerechnet werden kann.
  - Hat eingesehen, dass die *Mathematik* zum Verständnis unserer Welt beiträgt.
  - Hat eine grobe Vorstellung über die geschichtliche Entwicklung der *Mathematik*.
  - Ist mit ungelösten Problemen konfrontiert worden und weiss, dass die mathematische Forschung nie abgeschlossen ist.

Wer im Studium weiterhin *Mathematik* braucht, sollte noch folgendes mitbringen:

- Konkrete Fachkenntnisse
  - im wesentlichen gemäss "Katalog Grundkenntnisse in *Mathematik*"
  - Bereitschaft und Fähigkeit, allfällige Lücken selbst zu füllen (dies gilt an der Hochschule natürlich für jedes Fach)
- Unbefangenheit gegenüber dem Einsatz von mathematischen Methoden.
- Kenntnis der mathematischen Fachsprache.