Rahmenlehrplan
für die gymnasiale Oberstufe

Gymnasien
Gesamtschulen mit gymnasialer Oberstufe
Berufliche Gymnasien
Kollegs
Abendgymnasien

Mathematik

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend
und Sport Berlin

Impressum

Erarbeitung

Das Kerncurriculum dieses Rahmenlehrplans wurde in einem länderübergreifenden Projekt vom Berliner Landesinstitut für Schule und Medien (LISUM), vom Landesinstitut für Schule und Medien Brandenburg (LISUM Bbg) und vom Landesinstitut für Schule und Ausbildung Mecklenburg-Vorpommern (L.I.S.A.) unter Berücksichtigung der jeweiligen landesspezifischen schulrechtlichen Bestimmungen erarbeitet.

Das Kapitel Kurshalbjahre dieses Rahmenlehrplans wurde in einem länderübergreifenden Projekt vom Berliner Landesinstitut für Schule und Medien (LISUM) und vom Landesinstitut für Schule und Medien Brandenburg (LISUM Bbg) erarbeitet.

Die Kapitel Einführungsphase, Sonstige Regelungen sowie Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung wurden vom Berliner Landesinstitut für Schule und Medien (LISUM) erarbeitet.

Herausgeber

Herausgeber des Kerncurriculums
Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin
Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg
Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur Mecklenburg-Vorpommern

Herausgeber des Kapitels Kurshalbjahre
Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin
Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg

Herausgeber der Kapitel Einführungsphase, Sonstige Regelungen sowie Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung
Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin

Inkraftsetzung

Dieser Rahmenlehrplan wurde von der Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin zum Schuljahr 2006/2007 in Kraft gesetzt.

Printed in Germany
1. Auflage 2006
Druck: Oktoberdruck AG Berlin

Inhaltsverzeichnis

Einführungsphase

Zielsetzungen

Im Unterricht der Einführungsphase vertiefen und erweitern die Schülerinnen und Schüler die in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen und bereiten sich auf die Arbeit in der Qualifikationsphase vor. Spätestens am Ende der Einführungsphase erreichen sie die für den Eintritt in die Qualifikationsphase gesetzten Eingangsvoraussetzungen.

Im Zweiten Bildungsweg werden die Eingangsvoraussetzungen für die Qualifikationsphase aufgrund des Wiedereinstiegs in den Lernprozess nach längerer Pause nur von einem Teil der Hörerinnen und Hörer des Abendgymnasiums bzw. der Kollegiatinnen und Kollegiaten der Kollegs erfüllt. Die abschlussorientierten Standards werden durch binnendifferenziertes Arbeiten sowie Nutzen der größeren Selbstkompetenz erwachsener Lernender erreicht.

Die für die Qualifikationsphase beschriebenen Grundsätze für Unterricht und Erziehung sowie die Ausführungen zum Beitrag des Faches zum Kompetenzerwerb gelten für die Einführungsphase entsprechend. Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Möglichkeit, Defizite auszugleichen und Stärken weiterzuentwickeln. Sie vertiefen bzw. erwerben Grundlagen für das wissenschaftspropädeutische Arbeiten und bewältigen zunehmend komplexe Aufgabenstellungen selbstständig. Dabei wenden sie fachliche und methodische Kenntnisse und Fertigkeiten mit wachsender Sicherheit selbstständig an. Um ihre Kurswahl wohl überlegt treffen zu können, machen sie sich mit den unterschiedlichen Anforderungen für Grundkurs- und Leistungskursfach vertraut. Zur Vorbereitung auf die Arbeit in der jeweiligen Kursform erhalten sie individuelle Lernspielräume und werden von ihren Lehrkräften unterstützt und beraten.

Kompetenzen und Inhalte

Fundamentalbereich 1. Halbjahr: Stochastik

Ziel ist eine stochastische Allgemeinbildung, die zu einem vernünftigen Verhalten in Situationen der Ungewissheit im beruflichen, gesellschaftlichen und persönlichen Leben qualifiziert.

Durch die mathematische Beschreibung von zufallsabhängigen Vorgängen bei adäquater Verwendung zentraler Begriffe und Methoden der Statistik und Stochastik sowie durch eine kritische Bewertung der Ergebnisse werden vielfältige Kompetenzen vermittelt.

Erreicht werden Fähigkeiten im Erfassen, Darstellen und Zusammenfassen von Daten, im Modellieren zufälliger Vorgänge, die Fähigkeit im begründeten Schließen in unsicheren Situationen sowie die Fähigkeit, statistische Untersuchungen zu planen und zu beurteilen.

Fundamentalbereich Stochastik
• Zufall und Wahrscheinlichkeit • Aufbereitung von Datenmengen • grafische Darstellung von Datenmengen • Kenngrößen • relative Häufigkeit eines Ereignisses und empirisches Gesetz der großen Zahlen • Ergebnis, Ergebnismenge, Ereignisse, Wahrscheinlichkeit von Ereignissen • LAPLACE-Wahrscheinlichkeit • Baumdiagramme für mehrstufige Zufallsexperimente mit und ohne Zurücklegen • Pfadregeln, Produkt- und Summenregel, Kombinatorische Zählprinzipien

Fundamentalbereich 1. Halbjahr: Koordinatengeometrie und Funktionen

Der Abschnitt Koordinatengeometrie und Funktionen dient der Festigung, der Vertiefung und der Ergänzung von in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen. Die mathematischen Leitideen Messen, Strukturieren in der Ebene und im Raum, funktionaler Zusammenhang und mathematisches Modellieren bestimmen dieses Kapitel. Die Lerninhalte werden in Anwendungszusammenhängen unterrichtet. Bei der Wiederholung und Vertiefung des Funktionsbegriffs und der verschiedenen Darstellungen von Funktionen müssen die Schülerinnen und Schüler mit den verschiedenen Schreibweisen für Funktionen und mit der Fachsprache vertraut werden: Funktionsterme der Form $f(x) = 2x + 5$, Funktionsgleichungen $y = 2x + 5$, Abbildungen $f : x \mapsto 2x + 5$. Wegen des Zentralabiturs ist eine Verbindlichkeit bei der Kenntnis dieser drei Darstellungen erforderlich.

Fundamentalbereich Koordinatengeometrie und Funktionen
• Kartesisches Koordinatensystem für den Raum, Darstellung von Punktmengen • Abstand zweier Punkte und Länge einer Strecke in der Ebene und im Raum • Teilungspunkte von Strecken, insbesondere Mittelpunkt
• lineare Funktionen • Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden, Lagebeziehungen zwischen Punkt und Gerade, Parallelität, speziell Identität, Orthogonalität; Schnittpunkts- und Schnittwinkelbestimmungen, Abstand eines Punktes von einer Geraden, Abstand paralleler Geraden • quadratische Funktionen • Parabeln und ihre Lage im Koordinatensystem, Lagebeziehungen zwischen Parabeln und Geraden, Sekante, Tangente, Passante, Leitlinie • Parabeln als Graphen von Relationen, Wurzelfunktionen • Exponential- und Logarithmusfunktionen • trigonometrische Funktionen • Optimierungsprobleme ohne Differenzialrechnung • Kreise im ebenen Koordinatensystem, Gleichung eines Kreises • Lagebeziehungen von Kreisen und Geraden, Sekante, Tangente und Passante sowie von Kreisen und Punkten

Fundamentalbereich 2. Halbjahr: Differenzialrechnung

Ziel dieses Unterrichtsabschnitts ist die Entwicklung einer anschaulichen Vorstellung des Differenzialquotienten. Die mathematischen Zusammenhänge sind an konkreten Beispielen und in vielfältigen Sachbezügen zu entwickeln und anzuwenden.

Schwerpunktmäßig dient der Lernabschnitt mit einer Einführung in die Differenzialrechnung der Gewinnung des Ableitungsbegriffs. Die Ableitung ist sowohl als lokale Änderungsrate als auch als Tangentensteigung zu deuten. Die Ableitung ist als Grenzwert des Differenzenquotienten zu definieren. Dabei wird der Grenzwertbegriff propädeutisch verwendet, da exakte Konvergenzkriterien für Folgen ebenso wenig wie die entsprechenden Konvergenzkriterien für Funktionen als inhaltliche Voraussetzung zur Verfügung stehen. Eine sowohl anschaulich geprägte als auch nicht formale Herangehensweise ist den Zielen im Fundamentalbereich der Einführungsphase und in den Grundkursen der Kursphase angemessen.

Die zu behandelnden Eigenschaften von Funktionen erhalten in Anwendungskontexten zu interpretierende Bedeutungen. Unreflektierte und schematische Funktionsuntersuchungen sind zu vermeiden. Ein nur rezeptives Verwenden von Kriterien steht nicht im Vordergrund.

Fundamentalbereich Differenzialrechnung
• lineare, quadratische und exponentielle Funktionen, Potenzfunktionen, trigonometrische Funktionen der Form $f(x)=a\cdot\cos\left(b(x-c)\right)+d$ • Bedeutung der Parameter der symbolischen Darstellungen von linearen, quadratischen, trigonometrischen und exponentiellen Funktionen für die grafischen Darstellung und in Anwendungssituationen • qualitative Betrachtung von Änderungsraten in Anwendungskontexten • mittlere Änderungsrate und Sekantensteigung • lokale Änderungsrate und Tangentensteigung • grafisches Bestimmen von Ableitungsfunktionen, grafische Rekonstruktion von Ausgangsfunktionen aus einer Ableitungsfunktion • Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion durch grafisches Differenzieren • Ableitungsregeln: Faktor-, Summen- und Potenzregel, Kettenregel bei linearer innerer Funktion • Ableitungsfunktionen von ganzrationalen Funktionen • Monotonie von Funktionen; Monotoniekriterium • Ableitungsfunktionen in Anwendungskontexten • charakteristische Punkte (Achsenschnittpunkte, Hochpunkte, Tiefpunkte, Wendepunkte) von Funktionsgraphen und in Sachzusammenhängen • Extremwertprobleme, Definitionsbereich der Zielfunktion, Randwertuntersuchungen • Modellieren in Sachkontexten

Profilkurs 1. Halbjahr: Entdecken, Begründen, Beweisen

Zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen gehört das mathematische Argumentieren, insbesondere das Beweisen von mathematischen Aussagen. In diesem Kurs sollen verschiedene Beweisverfahren bereitgestellt und analysiert werden.

Ausgehend von einfachen Beispielen, z. B. aus dem Unterricht der Sekundarstufe I, werden der Aufbau eines mathematischen Satzes sowie die Möglichkeiten, Aussagen zu beweisen oder zu widerlegen zunehmend vertiefend behandelt. Es werden die grundlegenden Kompetenzen mathematischer Argumentation und Kommunikation sowie Problemlösung entwickelt.

Heuristische Strategien zum Finden eines Beweises können entwickelt und Sätze entdeckend gefunden und dann bewiesen werden. Die Notwendigkeit von Beweisen kann an geeigneten Beispielen bewusst gemacht und das Beweisbedürfnis geweckt werden. Eine Steigerung der Motivation ist mit Beweisen an Beispielen verbunden, deren Aussagen nicht unmittelbar als einsichtig angesehen werden.

Profilkurs Entdecken, Begründen, Beweisen
• Aufbau eines mathematischen Satzes • Begriffe Voraussetzung, Behauptung, Kehrsatz, All- und Existenzaussagen, wahre und falsche Aussagen, notwendige und hinreichende Bedingungen • Beweisen eines mathematischen Satzes • verschiedene Formen des direkten Beweises • indirekter Beweis • Beweis durch vollständige Induktion

Profilkurs 2. Halbjahr: Folgen und Reihen, Grenzwerte

Die Inhalte dieser Unterrichtseinheit dienen der Vorbereitung eines tieferen Verständnisses infinitesimaler Prozesse im Leistungskursfach, insbesondere im Kurs MA-1 sowie der Sicherung und Weiterentwicklung algebraischer Fähigkeiten.

Den Schülerinnen und Schülern kann die Möglichkeit eingeräumt werden, zu Beginn des 2. Halbjahres der Einführungsphase einen Wechsel in den Profilkurs Mathematik vorzunehmen, wenn zu diesem Zeitpunkt, mit der bevorstehenden Wahl der Fächer für die Kursphase, eine Entscheidung für das Leistungskursfach Mathematik getroffen wird.

Profilkurs Folgen und Reihen, Grenzwerte
• endliche Folgen und unendliche Zahlenfolgen • spezielle Folgen, z. B. alternierende Folgen, arithmetische Folgen, geometrische Folgen • rekursiv definierte Folgen, explizite Darstellung rekursiv definierter Folgen • Definition des Grenzwertes einer Folge • Monotonie und Beschränktheit von Folgen • Nullfolgen • konvergente und divergente Folgen, bestimmte und unbestimmte Divergenz, • Untersuchungen auf Konvergenz und Bestimmung von Grenzwerten oder Häufungswerten • Grenzwertsätze für Summe, Produkt und Quotient konvergenter Folgen, Gegenbeispiele zur Umkehrbarkeit • Reihen als Folgen von Partialsummen • Reihe natürlicher Zahlen und Reihe der Quadratzahlen, Summenformeln • Konvergenz von Reihen • geometrische Reihe und ihre Konvergenz

1 Bildung und Erziehung in der Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe

1.1 Grundsätze

In der Qualifikationsphase erweitern und vertiefen die Schülerinnen und Schüler ihre bis dahin erworbenen Kompetenzen mit dem Ziel, sich auf die Anforderungen eines Hochschulstudiums oder einer beruflichen Ausbildung vorzubereiten. Sie handeln zunehmend selbstständig und übernehmen Verantwortung in gesellschaftlichen Gestaltungsprozessen. Die Grundlagen für das Zusammenleben und -arbeiten in einer demokratischen Gesellschaft und für das friedliche Zusammenleben der Völker sind ihnen vertraut. Die Lernenden erweitern ihre interkulturelle Kompetenz und bringen sich im Dialog und in der Kooperation mit Menschen unterschiedlicher kultureller Prägung aktiv und gestaltend ein. Eigene und gesellschaftliche Perspektiven werden von ihnen zunehmend sachgerecht eingeschätzt. Die Lernenden übernehmen Verantwortung für sich und ihre Mitmenschen, für die Gleichberechtigung der Menschen ungeachtet des Geschlechts, der Abstammung, der Sprache, der Herkunft, einer Behinderung, der religiösen und politischen Anschauungen, der sexuellen Identität und der wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Stellung. Im Dialog zwischen den Generationen nehmen sie eine aktive Rolle ein. Sie setzen sich mit wissenschaftlichen, technischen, rechtlichen, politischen, sozialen und ökonomischen Entwicklungen auseinander, nutzen deren Möglichkeiten und schätzen Handlungsspielräume, Perspektiven und Folgen zunehmend sachgerecht ein. Sie gestalten Meinungsbildungsprozesse und Entscheidungen mit und eröffnen sich somit vielfältige Handlungsalternativen.

Kompetenzerwerb

Der beschleunigte Wandel einer von Globalisierung geprägten Welt erfordert ein dynamisches Modell des Kompetenzerwerbs, das auf lebenslanges Lernen und die Bewältigung vielfältiger Herausforderungen im Alltags- und Berufsleben ausgerichtet ist. Hierzu durchdringen die Schülerinnen und Schüler zentrale Zusammenhänge grundlegender Wissensbereiche, erkennen die Funktion und Bedeutung vielseitiger Erfahrungen und lernen, vorhandene sowie neu erworbene Fähigkeiten und Fertigkeiten miteinander zu verknüpfen. Die Lernenden entwickeln ihre Fähigkeiten im Umgang mit Sprache und Wissen weiter und setzen sie zunehmend situationsangemessen, zielorientiert und adressatengerecht ein.

Standardorientierung

Die Eingangsvoraussetzungen verdeutlichen den Stand der Kompetenzentwicklung, den die Lernenden beim Eintritt in die Qualifikationsphase erreicht haben sollten. Mit entsprechender Eigeninitiative und gezielter Förderung können auch Schülerinnen und Schüler die Qualifikationsphase erfolgreich absolvieren, die die Eingangsvoraussetzungen zu Beginn der Qualifikationsphase noch nicht im vollen Umfang erreicht haben.

Mit den abschlussorientierten Standards wird verdeutlicht, über welche fachlichen und überfachlichen Kompetenzen die Schülerinnen und Schüler im Abitur verfügen müssen. Die Standards bieten damit Lernenden und Lehrenden Orientierung für erfolgreiches Handeln und bilden einen wesentlichen Bezugspunkt für die Unterrichtsgestaltung, für das Entwickeln von Konzepten zur individuellen Förderung sowie für ergebnisorientierte Beratungsgespräche.

Themenfelder und Inhalte

Für die Kompetenzentwicklung sind zentrale Themenfelder und Inhalte von Relevanz, die sich auf die Kernbereiche der jeweiligen Fächer konzentrieren und sowohl fachspezifische als auch überfachliche Zielsetzungen deutlich werden lassen. So erhalten die Schülerinnen und Schüler Gelegenheit zum exemplarischen Lernen und zum Erwerb einer vertieften und erweiterten allgemeinen sowie wissenschaftspropädeutischen Bildung. Dabei wird stets der Bezug zur Erfahrungswelt der Lernenden und zu den Herausforderungen an die heutige sowie perspektivisch an die zukünftige Gesellschaft hergestellt.

Die Schülerinnen und Schüler entfalten anschlussfähiges und vernetztes Denken und Handeln als Grundlage für lebenslanges Lernen, wenn sie die in einem Lernprozess erworbenen Kompetenzen auf neue Lernbereiche übertragen und für eigene Ziele und Anforderungen in Schule, Studium, Beruf und Alltag nutzbar machen können.

Diesen Erfordernissen trägt das Kerncurriculum durch die Auswahl der Themenfelder und Inhalte Rechnung, bei der nicht nur die Systematik des Faches, sondern vor allem der Beitrag zum Kompetenzerwerb berücksichtigt werden.

Schulinternes Curriculum

Das Kerncurriculum ist die verbindliche Basis für die Gestaltung des schulinternen Curriculums, in dem der Bildungs- und Erziehungsauftrag von Schule standortspezifisch konkretisiert wird. Dazu werden fachbezogene, fachübergreifende und fächerverbindende Entwicklungsschwerpunkte sowie profilbildende Maßnahmen festgelegt.

Die Kooperation innerhalb der einzelnen Fachbereiche ist dabei von ebenso großer Bedeutung wie fachübergreifende Absprachen und Vereinbarungen. Beim Erstellen des schulinternen Curriculums werden regionale und schulspezifische Besonderheiten sowie die Neigungen und Interessenlagen der Lernenden einbezogen. Dabei arbeiten alle an der Schule Beteiligten zusammen und nutzen auch die Anregungen und Kooperationsangebote externer Partner.

Zusammen mit dem Kerncurriculum nutzt die Schule das schulinterne Curriculum als ein prozessorientiertes Steuerungsinstrument im Rahmen von Qualitätsentwicklung und Qualitätssicherung. Im schulinternen Curriculum werden überprüfbare Ziele formuliert, die die Grundlage für eine effektive Evaluation des Lernens und des Unterrichts in der Qualifikationsphase bilden.

1.2 Lernen und Unterricht

Mitverantwortung und Mitgestaltung von Unterricht

Lernen und Lehren in der Qualifikationsphase müssen dem besonderen Entwicklungsabschnitt Rechnung tragen, in dem die Jugendlichen zu jungen Erwachsenen werden. Dies geschieht vor allem dadurch, dass die Lernenden Verantwortung für den Lernprozess und den Lernerfolg übernehmen und sowohl den Unterricht als auch das eigene Lernen aktiv selbst gestalten.

Lernen als individueller Prozess

Beim Lernen konstruiert jede Einzelne/jeder Einzelne ein für sich selbst bedeutsames Abbild der Wirklichkeit auf der Grundlage ihres/seines individuellen Wissens und Könnens sowie ihrer/seiner Erfahrungen und Einstellungen.

Dieser Tatsache wird durch eine Lernkultur Rechnung getragen, in der sich die Schülerinnen und Schüler ihrer eigenen Lernwege bewusst werden, diese weiterentwickeln sowie unterschiedliche Lösungen reflektieren und selbstständig Entscheidungen treffen. So wird lebenslanges Lernen angebahnt und die Grundlage für motiviertes, durch Neugier und Interesse geprägtes Handeln ermöglicht. Fehler und Umwege werden dabei als bedeutsame Bestandteile von Erfahrungs- und Lernprozessen angesehen.

Phasen des Anwendens

Neben der Auseinandersetzung mit dem Neuen sind Phasen des Anwendens, des Übens, des Systematisierens sowie des Vertiefens und Festigens für erfolgreiches Lernen von großer Bedeutung. Solche Lernphasen ermöglichen auch die gemeinsame Suche nach Anwendungen für neu erworbenes Wissen und verlangen eine variantenreiche Gestaltung im Hinblick auf Übungssituationen, in denen vielfältige Methoden und Medien zum Einsatz gelangen.

Lernumgebung

Lernumgebungen werden so gestaltet, dass sie das selbst gesteuerte Lernen von Schülerinnen und Schülern fördern. Sie unterstützen durch den Einsatz von Medien sowie zeitgemäßer Kommunikations- und Informationstechnik sowohl die Differenzierung individueller Lernprozesse als auch das kooperative Lernen. Dies trifft sowohl auf die Nutzung von multimedialen und netzbasierten Lernarrangements als auch auf den produktiven Umgang mit Medien zu. Moderne Lernumgebungen ermöglichen es den Lernenden, eigene Lern- und Arbeitsziele zu formulieren und zu verwirklichen sowie eigene Arbeitsergebnisse auszuwerten und zu nutzen.

Die Integration geschlechtsspezifischer Perspektiven in den Unterricht fördert die Wahrnehmung und Stärkung der Lernenden mit ihrer Unterschiedlichkeit und Individualität. Sie unterstützt die Verwirklichung von gleichberechtigten Lebensperspektiven. Die Schülerinnen und Schüler werden bestärkt, unabhängig von tradierten Rollenfestlegungen Entscheidungen über ihre berufliche und persönliche Lebensplanung zu treffen.

Gleichberechtigung von Mann und Frau

Durch fachübergreifendes Lernen werden Inhalte und Themenfelder in größerem Kontext erfasst, außerfachliche Bezüge hergestellt und gesellschaftlich relevante Aufgaben verdeutlicht. Die Vorbereitung und Durchführung von fächerverbindenden Unterrichtsvorhaben und Projekten fördern die Zusammenarbeit der Lehrkräfte und ermöglichen allen Beteiligten eine multiperspektivische Wahrnehmung.

Fachübergreifendes und fächerverbindendes Lernen

Im Rahmen von Projekten, an deren Planung und Organisation sich die Schülerinnen und Schüler aktiv beteiligen, werden über Fächergrenzen hinaus Lernprozesse vollzogen und Lernprodukte erstellt. Dabei nutzen Lernende überfachliche Fähigkeiten und Fertigkeiten auch zum Dokumentieren und Präsentieren. Auf diese Weise bereiten sie sich auf das Studium und ihre spätere Berufstätigkeit vor.

Projektarbeit

Außerhalb der Schule gesammelte Erfahrungen, Kenntnisse und erworbene Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler werden in die Unterrichtsarbeit einbezogen. Zur Vermittlung solcher Erfahrungen werden ebenso die Angebote außerschulischer Lernorte, kultureller oder wissenschaftlicher Einrichtungen sowie staatlicher und privater Institutionen genutzt. Die Teilnahme an Projekten und Wettbewerben, an Auslandsaufenthalten und internationalen Begegnungen hat ebenfalls eine wichtige Funktion; sie erweitert den Erfahrungshorizont der Schülerinnen und Schüler und trägt zur Stärkung ihrer interkulturellen Handlungsfähigkeit bei.

Einbeziehung außerschulischer Erfahrungen

1.3 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung

Wichtig für die persönliche Entwicklung der Schülerinnen und Schüler ist eine individuelle Beratung, die die Stärken der Lernenden aufgreift und Lernergebnisse nutzt, um Lernfortschritte auf der Grundlage nachvollziehbarer Anforderungs- und Bewertungskriterien zu beschreiben und zu fördern.

So lernen die Schülerinnen und Schüler, ihre eigenen Stärken und Schwächen sowie die Qualität ihrer Leistungen realistisch einzuschätzen und kritische Rückmeldungen und Beratung als Chance für die persönliche Weiterentwicklung zu verstehen. Sie lernen außerdem, anderen Menschen faire und sachliche Rückmeldungen zu geben, die für eine produktive Zusammenarbeit und erfolgreiches Handeln unerlässlich sind.

Die Anforderungen in Aufgabenstellungen orientieren sich im Verlauf der Qualifikationsphase zunehmend an der Vertiefung von Kompetenzen und den im Kerncurriculum beschriebenen abschlussorientierten Standards sowie an den Aufgabenformen und der Dauer der Abiturprüfung. Die Aufgabenstellungen sind so offen, dass sie von den Lernenden eine eigene Gestaltungsleistung abverlangen. Die von den Schülerinnen und Schülern geforderten Leistungen orientieren sich an lebens- und arbeitsweltbezogenen Textformaten und Aufgabenstellungen, die einen Beitrag zur Vorbereitung der Lernenden auf ihr Studium und ihre spätere berufliche Tätigkeit liefern.

Aufgabenstellungen

Neben den Klausuren fördern umfangreichere schriftliche Arbeiten in besonderer Weise bewusstes methodisches Vorgehen und motivieren zu eigenständigem Lernen und Forschen.

Schriftliche Leistungen

Mündliche Leistungen

Auch den mündlichen Leistungen kommt eine große Bedeutung zu. In Gruppen und einzeln erhalten die Schülerinnen und Schüler Gelegenheit, ihre Fähigkeit zum reflektierten und sachlichen Diskurs und Vortrag und zum mediengestützten Präsentieren von Ergebnissen unter Beweis zu stellen.

Praktische Leistungen

Praktische Leistungen können in allen Fächern eigenständig oder im Zusammenhang mit mündlichen oder schriftlichen Leistungen erbracht werden. Die Schülerinnen und Schüler erhalten so die Gelegenheit, Lernprodukte selbstständig allein und in Gruppen herzustellen und wertvolle Erfahrungen zu sammeln.

2 Beitrag des Faches Mathematik zum Kompetenzerwerb

2.1 Fachprofil

Der Erwerb mathematischer Bildung in der Qualifikationsphase vollzieht sich mit zwei Perspektiven:

- Die Schülerinnen und Schüler erwerben mathematische Kompetenzen, mit denen sie Probleme im Alltag und in ihrem zukünftigen Beruf bewältigen können, und erkennen die Rolle, die mathematisches Denken in der Welt spielt. Sie vertiefen dabei die in der Sekundarstufe I erworbene **mathematische Bildung**.
- Die Schülerinnen und Schüler erwerben mathematische Kompetenzen, die sie zu einem Hochschulstudium in einem mehr oder weniger mathematikintensiven Fach befähigen, erleben und erarbeiten dabei propädeutisch Strukturen und Prozesse **wissenschaftlichen Denkens und Arbeitens** im Fach Mathematik.

Mathematische Bildung muss sich daran messen lassen, inwieweit die bzw. der Einzelne in der Lage und bereit ist, diese Bildung für ein wirksames und verantwortliches Handeln einzusetzen. Zur mathematischen Bildung gehört somit auch die Fähigkeit, mathematische Fragestellungen im Alltag zu erkennen, mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht zur Bearbeitung vielfältiger innermathematischer und kontextbezogener Probleme einzusetzen und begründete mathematische Urteile abzugeben.

In diesem Sinne zeigt sich mathematische Bildung an einer Reihe von Kompetenzen, die sich auf **Prozesse** mathematischen Denkens und Arbeitens beziehen. Dies sind im Einzelnen die Kompetenz, die Wirklichkeit mit mathematischen Mitteln zu beschreiben (Modellieren), mathematisch fassbare Probleme zu strukturieren und erfolgreich zu bearbeiten (Problemlösen), schlüssige Begründungen zu suchen und sorgfältig zu prüfen (Argumentieren), mathematische Informationen und Argumente aufzunehmen und verständlich weiterzugeben (Kommunizieren) und gemeinsam an mathematischen Problemen zu arbeiten (Kooperieren). Bei all diesen Tätigkeiten ist es unabdingbar, sich mathematischer (symbolischer und grafischer) Darstellungsweisen zu bedienen und Begriffe, mathematische Verfahren und Werkzeuge zu beherrschen.

Die genannten Kompetenzen bilden sich bei der aktiven Auseinandersetzung mit konkreten **Inhalten** und im Rahmen von konkreten Fragestellungen heraus. Diese sollen die zentralen Ideen des Faches Mathematik widerspiegeln. Solche zentralen Ideen haben sich in der Kulturgeschichte des Menschen in der über Jahrtausende währenden Auseinandersetzung mit Mathematik herausgebildet: Die Mathematik beschäftigt sich von Anfang an mit der Idee der Zahl und der Idee des räumlichen Strukturierens. Beide Ideen fließen zusammen in der Leitidee des Messens. Erst in der Neuzeit sind die Ideen der Approximation und des Algorithmus im Rahmen von Anwendungen in der Naturwissenschaft und Technik zur Blüte gelangt.

Ebenfalls herausgebildet haben sich in den letzten Jahrhunderten die Leitidee, den Zufall mit Mitteln der Mathematik zu erfassen, sowie die Leitidee, funktionale Zusammenhänge in allen Bereichen der Mathematik mit einer gemeinsamen Sprache zu beschreiben.

Diese Leitideen sind Kristallisationspunkte der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragen und durchziehen und vernetzen alle Inhaltsbereiche. Sie dienen als strukturierende Elemente für die Beschreibung der vielfältigen, auf konkrete mathematische Inhalte bezogenen Kompetenzen, die die Schülerinnen und Schüler im allgemein bildenden Mathematikunterricht erwerben sollen.

Mathematische Bildung zeigt sich erst im **Zusammenspiel** von Kompetenzen, die sich auf mathematische Prozesse beziehen, und solchen, die auf mathematische Inhalte ausgerichtet sind. Prozessbezogene Kompetenzen, wie z. B. das Problemlösen oder das Modellieren, werden bei der Beschäftigung mit konkreten Lerninhalten, also unter Nutzung inhaltsbezogener Kompetenzen, erworben und weiterentwickelt. Inhaltsbezogene Kompetenzen werden durch problemlösendes Auseinandersetzen mit inner- und außermathematischen Problemen und durch schlüssiges Argumentieren, also unter Nutzung prozessbezogener Kompetenzen, erworben. Der Mathematikunterricht fördert den Erwerb der beschriebenen Kompetenzen, indem er drei sich jeweils ergänzende Grunderfahrungen von Mathematik ermöglicht:

- Mathematik als Werkzeug und Modell zum Wahrnehmen, Verstehen und Beherrschen von Erscheinungen aus Natur, Gesellschaft und Kultur
- Mathematik als geistige Schöpfung, repräsentiert in Sprache, Symbolen und Bildern und mit einer spezifischen Art der Erkenntnisgewinnung
- Mathematik als Handlungsfeld für die aktive und heuristische Auseinandersetzung mit herausfordernden Fragestellungen auch im Alltag

Im Sinne dieser drei Grunderfahrungen sollen die Schülerinnen und Schüler Mathematik als kulturelles und geistiges **Produkt** erleben, aber ebenso als lebendigen **Prozess** der Auseinandersetzung mit gehaltvollen Problemen.

2.2 Fachbezogene Kompetenzen

Zur Übersicht über die Bereiche des Kompetenzerwerbs soll die folgende Aufstellung dienen:

Prozessbezogene mathematische Kompetenzbereiche:	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzbereiche (nach Leitideen):
Argumentieren	funktionaler Zusammenhang
Problemlösen	Approximation
Modellieren	räumliches Strukturieren/ Koordinatisieren
Darstellungen verwenden	Daten und Zufall
x+y Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden	Messen
Kommunizieren und Kooperieren	Algorithmus

In einem kompetenzorientierten Unterricht erkunden die Schülerinnen und Schüler mathematische Situationen, erkennen und präzisieren Probleme und versuchen, diese unter Verwendung typischer mathematischer Strategien zu lösen. Sie stellen Vermutungen auf und versuchen, diese schlüssig, auch unter Verwendung mathematischer Begründungsformen, zu etablieren. Sie vereinfachen und strukturieren Anwendungssituationen, beschreiben sie mit mathematischen Modellen, arbeiten mit diesen Modellen, interpretieren Lösungen und revidieren gegebenenfalls die Modelle. Sie reflektieren Problemlöse-, Argumentations- und Modellierungsprozesse und bewerten diese. Im Rahmen von Problemlösungen oder Modellierungen entwickeln sie eigenständig mathematische Begriffe, indem sie Zusammenhänge strukturieren und systematisieren.

Veränderte und ergänzte Sichtweisen bei der Verwendung neuer Technologien

Die hier beschriebenen Kompetenzbereiche erfahren spezifische Veränderungen und bedürfen zusätzlicher Erläuterungen, sobald konsequent neue Technologien eingesetzt werden. Der Computer (zusammen mit verwandten elektronischen Werkzeugen) ist ein universelles Werkzeug zur Speicherung, Übermittlung, Verarbeitung und Darstellung von digitalen Daten und damit ein von Grund auf mathematisches Werkzeug. Er hat eine zentrale Rolle im Mathematikunterricht eingenommen vor allem in Form von

- Computeralgebrasystemen (CAS),
- Tabellenkalkulationsprogrammen (TK),
- dynamischen Geometrieprogrammen (DGS),
- Funktionsplottern (FP).

Diese Funktionen sind auf verschiedene Weise in technischen Systemen, die sich beständig weiterentwickeln, kombiniert und integriert und werden im Mathematikunterricht spätestens ab der Jahrgangsstufe 7 verwendet.

Durch ihren Einsatz ergeben sich spezifische Veränderungen, die im Folgenden im Anschluss an die allgemeine Erläuterung des jeweiligen Kompetenzbereichs ausgeführt werden.

Erläuterung der prozessbezogenen mathematischen Kompetenzbereiche

Argumentieren

Mathematisches Argumentieren umfasst das Erkunden von Situationen, das Aufstellen von Vermutungen und das schlüssige (auch mehrschrittige) Begründen von vermuteten Zusammenhängen. Hierbei kommen unterschiedliche Abstufungen von Strenge zum Tragen: vom intuitiven Begründen durch Verweis auf Plausibilität oder Beispiele bis zum mehrschrittigen Beweisen durch Zurückführen auf gesicherte Aussagen.

Argumentieren mit neuen Technologien:

Die Möglichkeit des explorierenden Arbeitens mit Figuren (DGS), mit Daten (TK), mit funktionalen Zusammenhängen (FP, CAS) erweitert die Möglichkeiten des Argumentierens mit Beispielen und des selbstständigen Auffindens von Begründungen. Computerdarstellungen verleihen den angestellten Vermutungen eine höhere empirische Plausibilität, machen aber strengere Begründungen keineswegs überflüssig, sondern bereiten diese vor.

Problemlösen

Mathematisches Problemlösen findet statt, sobald in einer mathematischen Situation keine vertrauten Lösungsverfahren angewendet werden können – damit ist es abhängig vom Kenntnisstand des Einzelnen. Sogar beim mathematischen Bearbeiten von Modellen und beim Suchen von Begründungen findet Problemlösen statt. Problemlösen in der Mathematik zeichnet sich aus durch die Verwendung von spezifischen Strategien (z. B. Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Auswählen von Hilfsgrößen) und von verschiedenen Darstellungsformen (verbal, numerisch, grafisch, symbolisch). Wesentlich für ein effektives Problemlösen ist die Reflexion von Lösungswegen und verwendeten Strategien.

Problemlösen mit neuen Technologien:

Die interaktiven Erkundungsmöglichkeiten sowie die vielfältigen und schnell zugänglichen Darstellungsformen bieten weit umfangreichere Gelegenheiten für experimentelles und heuristisches Arbeiten in inner- wie außermathematischen Situationen. Ebenso ergeben sie, Anlässe, Probleme durch Variation und Erkundung der Konsequenzen selbstständig zu finden. Die Arbeit mit verschiedenen Werkzeugen zugleich (z. B. TK und CAS) führt zu einer Modularisierung, d. h. Aufspaltung eines Problems in Teilprobleme, macht aber die Reflexion über die jeweilige Tauglichkeit der gewählten Werkzeuge nötig.

Modellieren

Beim mathematischen Modellieren werden Situationen aus der Realität zunächst vereinfacht, und anschließend mathematisiert, d. h. mit mathematischen Mitteln erfasst. Die Bearbeitung einer solchen mathematischen Beschreibung der Realsituation führt auf Ergebnisse, die in der Realsituation wieder interpretiert werden müssen. Die Besonderheit eines reflektierten Modellierens liegt darin, dass die verwendeten bzw. entwickelten mathematischen Modelle validiert, d. h. in ihrer Gültigkeit überprüft und gegebenenfalls gleichfalls revidiert werden müssen.

Modellieren mit neuen Technologien:

Die Darstellung und Verarbeitung umfangreicher Daten (z. B. TK) und komplexer funktionaler Modelle (FP, DGS) erlauben die Arbeit mit ansonsten nicht im praktikablen Rahmen behandelbaren realistischen und authentischen Realsituationen. Dadurch können in größerem Umfang Modelle entwickelt, verglichen und verfeinert werden

Darstellungen verwenden

Die Mathematik bietet verschiedene, sich gegenseitig ergänzende Darstellungsformen:

- verbale Beschreibungen in geschriebenem Text oder gesprochener Sprache
- numerische Darstellungen (z. B. in Tabellenform)
- grafische Darstellungen (z. B. Figuren, die geometrische, stochastische oder logische Zusammenhänge repräsentieren)
- Graphen, die funktionale Zusammenhänge darstellen
- mathematisch-symbolische Darstellungen (vor allem Variablen und Terme). Mathematisches Arbeiten zeichnet sich durch Interpretieren und Anlegen solcher Darstellungen und durch den flexiblen, problemangemessenen Wechsel zwischen Darstellungen aus.

Darstellungen verwenden mit neuen Technologien:

Die Darstellungsmöglichkeiten, die Computer bieten, zeichnen sich durch ein erhöhtes Maß an Dynamik aus. Figuren können interaktiv manipuliert, veränderte Modelle unmittelbar neu berechnet werden. Die Möglichkeit der unmittelbaren Untersuchung der Auswirkungen einer Veränderung stärkt das funktionale Denken in allen Inhaltsbereichen (vgl. Leitidee funktionaler Zusammenhang).

Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden

Mathematische Symbole, Verfahren und Werkzeuge können zur strukturierten knappen Darstellung von Zusammenhängen sowie zur Entlastung von sich wiederholenden Tätigkeiten dienen. Ihre effektive Verwendung setzt die Sicherheit im Umgang mit Regeln und ein grundlegendes Verstehen ihrer Bedeutung bzw. ihres Funktionsprinzips voraus.

Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden mit neuen Technologien:

Die Verwendung mancher Funktionen des Computers sowohl bei der Eingabe als auch bei der Interpretation von Ausgaben ist abhängig von Kenntnissen symbolischer Darstellungen und der vom Computer angebotenen Verfahren (vgl. auch Leitidee Algorithmus). Wenn man mit diesen Darstellungen und Verfahren umgehen kann, entlastet der Computer von der kalkülmäßigen Ausführung.

Kommunizieren und Kooperieren

Die Kommunikation über mathematische Zusammenhänge bzw. mit mathematischen Mitteln umfasst zunächst das verständige Lesen mathematikhaltiger Texte sowie das verstehende Zuhören. Auf der Seite des Sprechens gilt es, mathematische Zusammenhänge sowohl in natürlicher als auch unter Verwendung angemessener Fachsprache zu verbalisieren und wenn nötig, adressatengerecht mit geeigneten Medien aufzubereiten. Die Sprache ist außerdem das zentrale Verständigungsmittel beim kooperativen Arbeiten an mathematischen Problemen und bei der Aushandlung mathematischer Begriffe.

Kommunizieren und Kooperieren mit neuen Technologien:

Mathematikhaltige Informationen werden zunehmend über neue Medien (z. B. visuelle Medien, Internet) verbreitet und wahrgenommen. Neue Medien erlauben eine flexiblere und anschauliche Dokumentation und Präsentation von Lösungsprozessen und -ergebnissen. Diese Form der Informationsweitergabe verlangt allerdings auch besondere Fähigkeiten des Dechiffrierens (als Rezipient) und des Darstellens (als Produzent). Zudem eröffnen sich neue Möglichkeiten und Herausforderungen der Kommunikation im virtuellen Raum.

Erläuterung der inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzbereiche

Leitidee funktionaler Zusammenhang

Funktionen sind ein zentrales Mittel zur mathematischen Beschreibung quantitativer Zusammenhänge. Mit ihnen lassen sich Phänomene der Abhängigkeit, der Veränderung, insbesondere des Wachstums erfassen und analysieren. Damit sind Funktionen insbesondere geeignet, als Modelle für eine Vielzahl von Realsituationen aus Natur und Gesellschaft zu dienen. Das Arbeiten mit Funktionen ist gekennzeichnet durch den Wechsel zwischen numerischen, grafischen und symbolischen Darstellungsformen.

Leitidee funktionaler Zusammenhang mit neuen Technologien:

Die Möglichkeiten der unmittelbaren Erkundung von Auswirkungen einer Veränderung in einem mathematischen Modell oder Problem („was passiert wenn…?“, vgl. Kompetenzbereich Darstellungen verwenden) können zu einem erweiterten funktionalen Denken in allen Inhaltsbereichen führen. Traditionelle formale Verfahren der Untersuchung funktionaler Zusammenhänge treten in ihrer Funktion als Kalkül zurück und erlangen eine neue Bedeutung als Hintergrundverständnis.

Leitidee Approximation

In vielen mathematischen Situationen können Größen nur näherungsweise bestimmt werden. Oft ist es aber möglich, diese Näherungen in Grenzprozessen zu kontrollieren und prinzipiell beliebig genau zu machen. So können geometrische Figuren durch systematische Ausschöpfung gemessen, lokale Änderungsraten in funktionalen Zusammenhängen bestimmt und Bestände durch infinitesimale Summation rekonstruiert werden.

Leitidee Approximation mit neuen Technologien:

Die numerische Verarbeitung großer Datenmengen erlaubt, Approximationsverfahren nicht nur analytisch zu betrachten, sondern auch konkret numerisch auszuarbeiten und zu verwenden (z. B. mit TK oder CAS). Im Bereich der Verarbeitung numerischer Daten ist es zudem notwendig zu verstehen, wo ein Computer numerisch-approximativ (z. B. Darstellung eines Funktionsgraphen, Rechnen mit Dezimalzahlen) wo und auf welche Weise er mit exakten Repräsentationen arbeitet und wo beide Formen verfügbar sind (z. B. Gleichungslösen mit CAS).

Leitidee räumliches Strukturieren

Durch die Darstellung geometrischer Situationen mithilfe von Koordinaten werden geometrische Probleme der analytischen Bearbeitung zugänglich. Objekte und deren Relationen im Anschauungsraum lassen sich mit Koordinaten und Vektoren konkret und abstrakt erfassen. Probleme des Messens und der gegenseitigen Lage kann man dann lösen.

Leitidee räumliches Strukturieren mit neuen Technologien:

Computersoftware erlaubt die Darstellung räumlicher Konfigurationen und bietet die Möglichkeit der intuitiven Manipulation (z. B. Drehen). Dies kann die Ausbildung und Entwicklung von räumlichen Vorstellungen unterstützen. Die Arbeit einiger solcher Systeme verlangt allerdings eine Koordinatisierung und die Verwendung von Standarddarstellungen der analytischen Geometrie. Die Möglichkeit des schnellen Übergangs zwischen geometrischer und analytischer Repräsentation von Figuren und Konstellationen erlaubt ein vertieftes analytisch-geometrisches Denken.

Leitidee Daten und Zufall

Umfangreiche erhobene Daten lassen sich durch statistische Darstellung grafisch und mittels statistischer Kenngrößen numerisch zusammenfassend beschreiben und interpretieren. Durch Verfahren und Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung können Zufallserscheinungen (z. B. bei Stichprobennahmen) verstanden und qualitativ erfasst werden. Auf diese Weise kann man zu fundierten und kontrollierten Urteilen in realen Entscheidungssituationen gelangen.

Leitidee Daten und Zufall mit neuen Technologien:

Computerwerkzeuge (z. B. TK) bieten eine große Zahl von Möglichkeiten zur Darstellung und Analyse von Daten. Sie erfordern ein sicheres Verständnis der zugrunde liegenden mathematischen Konzepte (z. B. Kenngrößen) und einen kritischen Umgang mit Darstellungen (etwa statistischen Diagrammen). Dafür machen sie es aber umgekehrt auch erst möglich, mit umfassenden realistischen Daten zu arbeiten.

Leitidee Messen

Neben dem handwerklichen Messen an realen Gegenständen bietet die Mathematik die Möglichkeit, geometrische Maße indirekt oder systematisch approximativ zu bestimmen. Das geschieht durch eine analytische Darstellung geometrischer Situationen oder durch eine kontrollierte Ausschöpfung.

Leitidee Messen mit neuen Technologien:

Es lassen sich die neuen Technologien zum indirekten, analytischen Umgang mit Messprozessen einsetzen. Besonders im Bereich des Ausschöpfens bieten sich neue Möglichkeiten der kontrollierten numerischen Approximation (vgl. Leitidee funktionaler Zusammenhang und Leitidee Approximation). Sie können auch – im Verbund mit elektronischer Messwerterfassung – dazu dienen, authentische Daten zu erheben und der mathematischen Analyse zur Verfügung zu stellen (vgl. Leitidee Daten und Zufall).

Leitidee Algorithmus

Mathematische Verfahren können in Form von Algorithmen systematisiert werden. Diese produzieren dann in genau spezifizierten Anwendungssituationen verlässliche Ergebnisse. Algorithmen spielen in allen Bereichen der Mathematik eine Rolle und können zugleich Computern zur Ausführung übertragen werden. Sie entlasten so den Nutzer von der detaillierten Ausführung. Um sie jedoch sinnvoll zu nutzen, müssen ihre Funktionsweise, ihre Ergebnisdarstellung und die Bedingungen und Grenzen ihrer Anwendung verstanden werden.

Leitidee Algorithmus mit neuen Technologien:

Alle Funktionen eines Computers beruhen auf der Implementation von Algorithmen. Manche werden ohne Kenntnis ihrer Funktion verwendet („black boxes“), andere müssen analysiert oder erst konstruiert werden und können dann dem Computer zur Ausführung übertragen werden. Die Arbeit mit neuer Technologie macht also ein grundlegendes Verständnis für die Idee des mathematischen Algorithmus nötig und fördert dieses zugleich.

3 Eingangsvoraussetzungen und abschlussorientierte Standards

3.1 Eingangsvoraussetzungen

Für einen erfolgreichen Kompetenzerwerb sollten die Schülerinnen und Schüler zu Beginn der Qualifikationsphase bestimmte fachliche Anforderungen bewältigen. Diese sind in den Eingangsvoraussetzungen dargestellt. Den Schülerinnen und Schülern ermöglichen sie, sich ihres Leistungsstandes zu vergewissern. Lehrkräfte nutzen sie für differenzierte Lernarrangements sowie zur individuellen Lernberatung.

Die Bundesländer haben in den Bildungsstandards für den mittleren Bildungsabschluss im Fach Mathematik festgelegt, welche Kompetenzen von den Schülerinnen und Schülern am Ende der Jahrgangsstufe 10 erwartet werden. Darüber hinaus sollen die Schülerinnen und Schüler, die in die Qualifikationsphase eintreten, weitere Kompetenzen besitzen, die in der folgenden Darstellung mit aufgenommen sind. In den folgenden Eingangsvoraussetzungen findet sich also beides wieder.

Eingangvoraussetzungen bezüglich prozessbezogener Kompetenzen

Argumentieren (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

– erkunden mathematische Situationen und stellen Vermutungen auf,
– begründen die Plausibilität von Vermutungen oder widerlegen diese durch Angabe von Beispielen oder Gegenbeispielen,
– entwickeln ein- oder mehrschrittige, schlüssige Argumentationen zur Begründung mathematischer Aussagen,
– hinterfragen Argumentationen und Begründungen kritisch, finden und korrigieren Fehler.

Probleme lösen (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

– untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren und finden mögliche mathematische Problemstellungen,
– geben inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder, strukturieren sie und entnehmen ihnen die relevanten Größen,
– vereinfachen Probleme, bilden und untersuchen Beispiele,
– finden und nutzen geeignete Darstellungen und Hilfsgrößen (z. B. Hilfslinien, Zwischenergebnisse, Variablen),
– verwenden heuristische Strategien (wie z. B. Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Zeichnen einer informativen Figur, Zurückführen auf Bekanntes),
– reflektieren Lösungswege und überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen.

Modellieren (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- strukturieren und vereinfachen eine reale Situation, sodass diese mathematisch zugänglich wird, und reflektieren die Vereinfachungen,
- beschreiben reale Situationen mit mathematischen Modellen (Terme, Funktionen, Figuren, Diagramme, Graphen, Zufallsversuche u. a.),
- interpretieren und prüfen Ergebnisse einer Modellierung,
- überprüfen Modelle auf ihre Gültigkeit oder Grenzen und verwerfen oder verbessern sie gegebenenfalls,
- geben zu einem mathematischen Modell verschiedene Realsituationen, die es beschreibt, an.

Darstellungen verwenden (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren verschiedene mathematische Darstellungen (verbale, numerische, grafische und symbolische),
- wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen aus oder übersetzen zwischen ihnen,
- erkennen Beziehungen und reflektieren Unterschiede zwischen ihnen.

x+y Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Variablen, Terme, Gleichungen zum Strukturieren von Information, zum Modellieren und zum Problemlösen und Übersetzen zwischen symbolischer und natürlicher Sprache,
- führen algorithmische Verfahren aus, reflektieren deren Anwendung und überprüfen die Ergebnisse,
- setzen mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, DGS, TK und CAS) zur Darstellung und beim Problemlösen ein.

Kommunizieren und Kooperieren (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und reflektieren mathematische Informationen in mathematikhaltigen Darstellungen und in nicht aufbereiteten, authentischen Texten (z. B. aus Zeitungen),
- stellen Zusammenhänge adressatengerecht mit eigenen Worten dar und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen,
- erläutern eigene Problembearbeitungen und Einsichten sowie mathematische Prozesse,
- dokumentieren Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse, stellen diese verständlich dar und präsentieren sie auch unter Nutzung geeigneter Medien,
- organisieren die gemeinsame Arbeit an mathematischen Problemen.

Eingangvoraussetzungen bezüglich inhaltsbezogener Kompetenzen

1/2 Leitidee: Zahl (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zahlen der Situation angemessen als Brüche, Dezimalzahlen, Prozentzahlen und in Zehnerpotenzschreibweise dar und runden Dezimalzahlen sachgerecht,
- verwenden natürliche, ganze, gebrochene und reelle Zahlen zur Darstellung mathematischer Situationen und wenden diese zur Lösung von Problemen an,
- führen Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf durch und nutzen Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen,
- erläutern und reflektieren die Verwendung von negativen Zahlen und die Eigenschaften von irrationalen Zahlen an Beispielen.

Die grundlegenden Kompetenzen, die sich auf die Leitidee Zahl beziehen, haben die Schülerinnen und Schüler bereits am Ende der Jahrgangsstufe 10 erworben. Die Leitidee Zahl spielt in der anschließenden Qualifikationsphase weiterhin eine wichtige Rolle. Der Zahlbegriff wird dort aber im Wesentlichen unter der Leitidee „Grenzwertprozess/Approximation“ vertieft und vernetzt.

Leitidee: funktionaler Zusammenhang (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungen quadratischer Funktionen, u. a. als Produkt von Linearfaktoren,
- charakterisieren und interpretieren die Verläufe der Funktionen $f(x)=\sin x$, $f(x)=\cos x$, $f(x)=a^x$, $f(x)=\log_a x$ und beschreiben Anwendungssituationen für diese Funktionen,
- beschreiben qualitativ das Änderungsverhalten eines Funktionsgraphen durch eine Skizze der Änderungsfunktion und begründen den Verlauf,
- verwenden Winkelmaße in Grad- und Bogenmaß und interpretieren diese auch über den Vollwinkel hinaus,
- geben zeichnerisch und rechnerisch Umkehrfunktionen zu linearen Funktionen, Potenz- und Wurzelfunktionen und zu Exponentialfunktionen an und beschreiben damit reale Situationen,
- identifizieren proportionale, umgekehrt proportionale, lineare und quadratische Zusammenhänge in tabellarischer, grafischer und symbolischer Darstellung, wechseln zwischen den Darstellungsformen und verwenden sie zur Lösung von Anwendungsproblemen,
- verwenden Prozentdarstellungen, Potenzen, Wurzeln und Logarithmen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme.

Leitidee: Approximation (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

– bestimmen und deuten mittlere Änderungsraten in Tabellen und Graphen sowie lokale Änderungsraten zeichnerisch,
– beschreiben und interpretieren qualitativ das Änderungsverhalten eines Funktionsgraphen durch eine Skizze des Graphen der zugehörigen Änderungsrate und begründen den Verlauf,
– beschreiben und reflektieren ein Verfahren zur Einschachtelung einer irrationalen Zahl ($\sqrt{2}$ oder π),
– nutzen das Prinzip von CAVALIERI (Scherung), um Flächen- und Volumenformeln zu begründen.

Leitidee: räumliches Strukturieren/ Koordinatisieren (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

– klassifizieren geometrische Objekte unter Verwendung von Ober- und Unterbegriffen und den definierenden Eigenschaften,
– berechnen Größen und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, Kongruenz, Ähnlichkeit, trigonometrischen Beziehungen, dem Satz des Thales und dem Satz des Pythagoras.

Leitidee: Daten und Zufall (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

– planen statistische Erhebungen, nutzen Methoden der Erfassung und Darstellung von Daten (Säulen- und Kreisdiagramme) und bewerten Darstellungen kritisch,
– bestimmen relative Häufigkeiten, Mittelwerte (arithmetisches Mittel, Median, Modalwert) sowie Streumaße (z. B. Spannweite) und interpretieren diese,
– wenden das empirische Gesetz der großen Zahlen an,
– bestimmen Wahrscheinlichkeiten mithilfe von LAPLACE-Regel, Baumdiagrammen sowie Pfadregeln und wenden diese an,
– nutzen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Wahrscheinlichkeiten zur Vorhersage von Häufigkeiten,
– nutzen Binomialverteilung (Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung) BERNOULLI-Ketten, Binomialkoeffizienten und Fakultäten zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in Anwendungskontexten.

Leitidee: Messen (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler
- messen Strecken und Winkel,
- berechnen Flächeninhalt und Umfang von zusammengesetzten Figuren Volumen und Oberfläche von Prismen, Pyramiden, Kegeln und Kugeln sowie von zusammengesetzten Körpern,
- bestimmen Flächeninhalt und Umfang von krummlinig begrenzten Figuren näherungsweise,
- bestimmen Steigungen von beliebigen Funktionsgraphen zeichnerisch.

Leitidee: Algorithmus (Eingangsvoraussetzungen)

Algorithmen spielen auch in der Sekundarstufe I eine Rolle. Sie werden bei ihrer Einführung im Unterricht entwickelt, reflektiert und späterhin immer wieder ausgeführt (siehe Eingangsvoraussetzungen zur Kompetenz „Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden“). Am Ende der Sekundarstufe I wird jedoch nicht erwartet, dass die Schülerinnen und Schüler das Prinzip bestimmter Algorithmen oder allgemein die Idee des Algorithmus selbstständig reflektieren können.

Die Betrachtungen zum Änderungsverhalten von Funktionen bzw. das Bestimmen von Steigungen und beliebigen Funktionen als Eingangsvoraussetzungen treffen für Mecklenburg-Vorpommern nicht zu. (Leitidee: funktionaler Zusammenhang, Approximation und Messen)

Die Nutzung der Binomialverteilung, der Bernoulli-Ketten und des Binomialkoeffizienten sind in Berlin und Brandenburg keine Eingangsvoraussetzungen. (Leitidee: Daten und Zufall)

Diese Kompetenzen werden im Rahmen der abschlussbezogenen Standards ausgebildet.

3.2 Abschlussorientierte Standards

Die Bundesländer haben in den Einheitlichen Prüfungsanforderungen für die Abiturprüfung Anforderungen an fachliche und methodische Kompetenzen formuliert und verbindliche fachliche Inhalte festgelegt. Diese Anforderungen werden konkretisiert durch die im Folgenden beschriebenen prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen, die von den Schülerinnen und Schülern am Ende der gymnasialen Oberstufe in Grund- und Leistungskursen erwartet werden.

Standards zu den prozessbezogenen Kompetenzen

Argumentieren

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">Die Schülerinnen und Schüler
– beschreiben in inner- und außermathematischen Situationen Muster, Strukturen und Zusammenhänge und stellen Vermutungen auf,
– überprüfen Aussagen kritisch, geben Beispiele und Gegenbeispiele an,
– begründen oder widerlegen Aussagen mit mathematischen Mitteln,
– reflektieren und bewerten Argumentationen und Begründungen auf Schlüssigkeit und Angemessenheit,
– gehen mit Fehlern, der Fehlersuche und Fehlerkorrektur konstruktiv um,
– entwickeln Begründungen für mathematische Sachverhalte,</td></tr>
<tr><td>– vertreten eigene Problemlösungen und Modellierungen.</td><td>– vergleichen und bewerten verschiedene Begründungen für einen mathematischen Sachverhalt,
– kombinieren mathematisches Wissen für Begründungen und nutzen dabei zugleich formale und symbolische Elemente und Verfahren,
– variieren Situationen, stellen Vermutungen auf und untersuchen diese.</td></tr>
</table>

Problemlösen

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">Die Schülerinnen und Schüler
– finden in inner- und außermathematischen Situationen Probleme, formulieren diese mit eigenen Worten und in mathematischer Fachsprache,
– überprüfen die Plausibilität der Ergebnisse,
– beschreiben, vergleichen und bewerten Lösungswege,</td></tr>
<tr><td>– verwenden beim Problemlösen heuristische Strategien (Erstellen informativer Figuren, Beispiele finden, systematisches Probieren, Vor- und Rückwärtsarbeiten, Analogien verwenden).</td><td>– verwenden beim Problemlösen heuristische Strategien (Erstellen informativer Figuren, Spezialisieren und Verallgemeinern, Vor- und Rückwärtsarbeiten, Analogien verwenden, mit Invarianz argumentieren), reflektieren und bewerten diese Strategien,
– variieren vorgegebene Probleme und untersuchen die Folgeprobleme.</td></tr>
</table>

Modellieren

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">Die Schülerinnen und Schüler
– beschreiben Realsituationen und Realprobleme durch mathematische Modelle (Funktion, Zufallsversuch, Koordinaten und Vektoren),
– interpretieren Ergebnisse aus Modellrechnungen in der Realsituation und modifizieren ggf. das Modell,
– reflektieren die Grenzen von Modellen und der mathematischen Beschreibung von Realsituationen,
– ordnen einem mathematischen Modell (Figur, Term, Gleichung, Vektor usw.) verschiedene passende Realsituationen zu und reflektieren so die Universalität von Modellen,</td></tr>
<tr><td>– vereinfachen Realsituationen, um sie einer mathematischen Beschreibung zugänglich zu machen,

– führen mit den Verfahren der Infinitesimalrechung, der Koordinaten- und Vektorgeometrie sowie der Wahrscheinlichkeitsrechnung Berechnungen im Modell durch.</td><td>– vereinfachen Realsituationen, um sie einer mathematischen Beschreibung zugänglich zu machen, und reflektieren die Vereinfachungsschritte,

– führen mit den Verfahren der Infinitesimalrechung, der Koordinaten- und Vektorgeometrie sowie der Wahrscheinlichkeitsrechnung Berechnungen im Modell durch und interpretieren das Verfahren ggf. in der Realsituation,</td></tr>
<tr><td></td><td>– formulieren und diskutieren alternative mathematische Modellierungen hinsichtlich ihrer Vor- und Nachteile (z. B. Beschreibung von geradlinigen Bewegungen durch lineare Funktionen bzw. durch Vektoren, Modellieren von Wachstumsprozessen durch lineares, polynomiales, exponentielles, begrenztes Wachstum, diskrete und kontinuierliche Modelle für Veränderungsprozesse).</td></tr>
</table>

Mathematische Darstellungen verwenden

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">Die Schülerinnen und Schüler
– verwenden verschiedene Darstellungen von Funktionen (Tabelle, Graph, Term) und wechseln zwischen diesen,
– wechseln zwischen geometrischer Situation und vektor- (bzw. koordinaten-) geometrischer Darstellung und lösen so geometrische Probleme,
– stellen Zufallsexperimente auf verschiedene Weise dar (Ergebnismengen, Verteilungen, Tabellen, Bäume) und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten,</td></tr>
<tr><td>– begründen ihre Auswahl von Darstellungen.</td><td>– begründen ihre Auswahl von Darstellungen und reflektieren allgemeine Vor- und Nachteile sowie die Grenzen unterschiedlicher Darstellungsweisen.</td></tr>
</table>

x+y Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">Die Schülerinnen und Schüler
– verwenden Symbole der Infinitesimal- und Vektorrechnung zum Strukturieren von Informationen, zum Modellieren und zum Problemlösen, reflektieren deren Verwendung und übersetzen zwischen symbolischer und natürlicher Sprache,
– führen komplexe algorithmische Verfahren aus, reflektieren deren Anwendung und Grenzen und überprüfen die Ergebnis,</td></tr>
<tr><td>– arbeiten mit Funktionstermen, Gleichungssystemen und Vektoren,
– setzen mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge ein.</td><td>– arbeiten mit Funktionstermen, Gleichungssystemen und Vektoren,
– wählen selbstständig geeignete mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge aus und setzen sie ein.</td></tr>
</table>

Kommunizieren und Kooperieren

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">Die Schülerinnen und Schüler
– erfassen, interpretieren und reflektieren mathematikhaltige authentische Texte,
– erläutern eigene Problembearbeitungen und Einsichten sowie mathematische Zusammenhänge adressatengerecht mit eigenen Worten und unter Verwendung geeigneter Fachsprache,
– recherchieren Informationen in Print- und elektronischen Medien, setzen sich mit diesen kritisch auseinander und bereiten sie sachgerecht auf,
– präsentieren Ergebnisse adressatengerecht und unter Verwendung geeigneter Medien,
– planen und organisieren die gemeinsame Arbeit an inner- und außermathematischen Problemen,</td></tr>
<tr><td>– dokumentieren Überlegungen und Lösungswege, stellen diese verständlich dar und präsentieren sie.</td><td>– dokumentieren Überlegungen und Lösungswege, stellen diese verständlich dar und präsentieren sie unter Nutzung selbst gewählter geeigneter Medien,
– verwenden Fachtexte bei der selbstständigen Arbeit an Problemen.</td></tr>
</table>

Standards zu den inhaltsbezogenen Kompetenzen

Leitidee: funktionaler Zusammenhang

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">Die Schülerinnen und Schüler
– deuten in inner- und außermathematischen Situationen die Ableitung als lokale Änderungsrate oder Tangentenanstieg,
– interpretieren die Ableitungsfunktion im Anwendungskontext,
– rekonstruieren den Verlauf von Funktionen qualitativ aus ihren Änderungsraten,
– beschreiben die Integration als Umkehroperation zur Differenziation,
– nutzen den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung zur Bestimmung von bestimmten Integralen,
– berechnen das bestimmte Integral von Potenzfunktionen und linearen Funktionen sowie von abschnittweise definierten Funktionen zur Lösung von Anwendungsproblemen,</td></tr>
<tr><td>– verwenden Ableitungsregeln (Produktregel und Kettenregel für lineare innere Funktionen) beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen</td><td>– verwenden Ableitungsregeln (Produkt- und Quotientenregel, Kettenregel) beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen</td></tr>
</table>

Leitidee: funktionaler Zusammenhang

Grundkursfach	Leistungskursfach
– erfassen und beschreiben das Änderungsverhalten von Funktionen (ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktion) mit mathematischen Begriffen (Monotonie, Symmetrie, Nullstellen, Verhalten im Unendlichen),	– erfassen und beschreiben das Änderungsverhalten von Funktionen (ganzrationale Funktionen, gebrochen rationale Funktionen, Wurzelfunktionen, natürliche Exponential- und Logarithmusfunktionen) mit mathematischen Begriffen (Monotonie, Symmetrie, Nullstellen, Verhalten im Unendlichen, Polstellen, senkrechte und waagerechte Asymptoten),
– lösen Extremalprobleme in einfachen Anwendungssituationen durch Aufstellen und inhaltlich-anschauliche Diskussion einer Zielfunktion,	– lösen Extremalprobleme durch Aufstellen und Untersuchen einer Zielfunktion,
– nutzen notwendige Bedingungen sowie inhaltliche Begründungen zum Nachweis von lokalen Extremstellen.	– nutzen notwendige und hinreichende Bedingungen sowie inhaltliche Begründungen zum Nachweis von lokalen Extrem- bzw. Wendestellen,
	– analysieren komplexere Funktionen (verknüpfte, verkettete, abschnittweise definierte) mithilfe mathematischer Begriffe (Stetigkeit, Differenzierbarkeit),
	– verwenden Integrationsregeln (Substitution, partielle Integration) beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen,
	– beschreiben qualitativ die Abhängigkeit des Fehlers 1. und 2. Art vom Signifikanzniveau.

Leitidee: Approximation

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">Die Schülerinnen und Schüler
– beschreiben die Ableitung als Grenzwert von mittleren Änderungsraten und bestimmen diese näherungsweise grafisch und numerisch,
– beschreiben die Integration als Aufsummierung von lokalen Änderungsraten und führen dies an geeigneten Beispielen auch numerisch durch,
– erläutern den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung, indem sie in inner- und außermathematischen Situationen die Aufsummierung von lokalen Änderungsraten als einen Gesamteffekt interpretieren,</td></tr>
<tr><td></td><td>– modellieren Rotationskörper durch Funktionen, berechnen ihr Volumen und erklären die Berechnungsformel,</td></tr>
</table>

Leitidee: Approximation

Grundkursfach	Leistungskursfach
– bestimmen Nullstellen von Funktionen ganzrationaler Funktionen in Anwendungskontexten mit der Intervallhalbierung, – bestimmen das Verhalten von Funktionen im Unendlichen (ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktion) und interpretieren es in Anwendungszusammenhängen.	– bestimmen Nullstellen von Funktionen (ganzrationale Funktionen, gebrochen rationale Funktionen) mit dem NEWTON-Verfahren, – bestimmen das asymptotische Verhalten von Funktionen (gebrochen rationale Funktionen, natürliche Exponential- und Logarithmusfunktionen) und interpretieren es in Anwendungszusammenhängen, – geben Beispiele für Unbeschränktheit uneigentlicher Integrale, – verwenden ein Verfahren zur näherungsweisen numerischen Bestimmung von Integralen, wenn diese keine geschlossene Lösung besitzen, – argumentieren mit Grenzwerten von Zahlenfolgen, um Grenzwerte, Stetigkeit und Differenzierbarkeit von komplexeren oder zusammengesetzten Funktionen zu untersuchen, – interpretieren Hypothesentests und Mittelwertschätzungen als kontrollierte Approximationen von Modellparametern.

Leitidee: räumliches Strukturieren/Koordinatisieren

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">Die Schülerinnen und Schüler
– modellieren in realen und innergeometrischen Situationen Orte und Richtungen durch Vektoren und geben diese in Koordinatendarstellung an,
– stellen koordinatengeometrisch erfasste Situationen in Schrägbildern dar,
– repräsentieren und interpretieren räumliche geometrische Objekte in Koordinaten- und in vektorieller Darstellung und lösen damit geometrische Probleme (z. B. Schnittprobleme, Lagebeziehungen),
– modellieren ebene Flächen und Körper durch Randfunktionen,</td></tr>
<tr><td>– operieren mit Vektoren (Addition, Vervielfachung) und deuten diese Operationen geometrisch,
– bestimmen Längen, Winkel und Flächeninhalte mit Vektoren,</td><td>– operieren mit Vektoren (Addition, Vervielfachung, Skalarprodukt) und deuten diese Operationen geometrisch,
– nutzen Vektoroperationen zur Bestimmung von Längen, Winkeln, Flächeninhalten und Abständen,</td></tr>
</table>

Leitidee: räumliches Strukturieren/Koordinatisieren

Grundkursfach	Leistungskursfach
– nutzen das Skalarprodukt und dessen Eigenschaften zur Lösung geometrischer Probleme.	– beschreiben Kreise in der Ebene und Kugeln im Raum mit Hilfe von Vektoren, – nutzen Gleichungssysteme zum Bestimmen der relativen Lage von Ebenen und Geraden, – lösen geometrische Probleme z.B. Schnittprobleme und Lagebeziehungen zwischen Geraden und Kreisen, Kugeln und Ebenen, – interpretieren lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit sowie die Be-griffe Basis und Dimension geometrisch und analytisch.

Leitidee: Daten und Zufall

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">Die Schülerinnen und Schüler
– wenden kombinatorische Hilfsmittel, Urnenmodelle, Baumdiagramme und Vierfeldertafeln zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in realen Kontexten an,
– werten Zufallsexperimente und Stichproben mithilfe statistischer Kenngrößen aus,</td></tr>
<tr><td>– beschreiben reale Situationen durch binomiale Modelle unter Nutzung der Formel von BERNOULLI.</td><td>– nutzen den Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit zur Beschreibung von Zufallsexperimenten,
– charakterisieren Zufallsexperimente mit Hilfe von Zufallsgrößen,
– beschreiben Binomialverteilungen durch Kenngrößen,
– nutzen Erwartungswerte zum Überprüfen von Vorhersagen,
– beurteilen Hypothesen in binomialen Modellen,
– berechnen und bewerten Fehler 1. und 2. Art in Anwendungssituationen.</td></tr>
</table>

Leitidee: Messen

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">Die Schülerinnen und Schüler
– bestimmen Längen, Winkel, Flächeninhalte und Abstände, indem sie geometrische Situationen analytisch (mit Koordinaten und Vektoren) darstellen,
– bestimmen lokale Änderungsraten (näherungsweise) durch Messen mit sich verkleinernden Schrittweiten (z. B. physikalisch, grafisch, numerisch),
– bestimmen Flächeninhalte und Rotationsvolumina (näherungsweise) durch infinitesimale Ausschöpfung und rekonstruieren Bestände durch infinitesimale Summation,
– bestimmen Kenngrößen von Zufallsexperimenten und Stichproben,</td></tr>
<tr><td></td><td>– bestimmen Flächeninhalte unbegrenzter Flächen.</td></tr>
</table>

Leitidee: Algorithmus

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">Die Schülerinnen und Schüler
– bestimmen Lösungen von Gleichungen oder Integrationen mit numerischen Verfahren und begründen deren Funktionsweise,</td></tr>
<tr><td></td><td>– lösen Gleichungssysteme, beschreiben und begründen Lösbarkeits- sowie Eindeutigkeitsfragen.</td></tr>
</table>

4 Kompetenzen und Inhalte

Während die Leitideen den Mathematikunterricht durchdringen, bedarf es einer inhaltlichen Auswahl von großen, thematisch zusammenhängenden Gebieten, die kohärente Lernerfahrungen ermöglichen. Der Erwerb inhaltsbezogener und prozessbezogener Kompetenzen vollzieht sich immer in der Auseinandersetzung mit konkreten Problemen aus solchen Gebieten.

Aus der großen Zahl geeigneter Themengebiete für die Qualifikationsphase (wie z. B. der diskreten Mathematik) haben sich folgende drei Themenbereiche herauskristallisiert, die auch in den Einheitlichen Prüfungsanforderungen für die Abiturprüfung (EPA) von den Bundesländern als verbindlich festgelegt wurden:

- Im Themenbereich **Analysis** entfalten sich zugleich das Denken in funktionalen Zusammenhängen und das Messen durch Approximieren. Diese werden konkretisiert anhand einer Zahl zentraler Begriffe der Infinitesimalrechnung, die nach NEWTON und LEIBNIZ die heutige Welt durch ihre Anwendung in Naturwissenschaft und Technik prägt. Diese Begriffe erlauben das Modellieren und Problemlösen in vielen realistischen Anwendungskontexten.
- Der Themenbereich **Analytische Geometrie** steht für den auf DESCARTES zurückgehenden Ansatz des räumlichen Strukturierens durch eine analytische Darstellung geometrischer Konstellationen mit Koordinaten und Vektoren. Darüber hinaus erlauben die hie-raus hervorgehenden Begriffe der analytischen Geometrie und der linearen Algebra vielfältige Modellierungen und Anwendungen über die Geometrie hinaus.
- Der Themenbereich **Stochastik** widmet sich nicht allein dem mathematischen Erfassen des Phänomens Zufall, sondern besonders der Entwicklung und dem Verständnis mathematischer Methoden zur Erkenntnisgewinnung auch in nicht-deterministischen Zusammenhängen.

Damit bieten diese drei verbindlichen Themenbereiche die Grundlage für eine Entwicklung und Vertiefung der genannten Leitideen. Mathematisches Modellieren, Problemlösen und Argumentieren können in allen drei Lernbereichen dazu beitragen, dass die Schülerinnen und Schüler die oben genannten Grunderfahrungen machen können. Es wird dabei auf den Vorerfahrungen der Mittelstufe aufgebaut und es werden die vielfältigen Verbindungen der Bereiche untereinander und zu anderen Fächern aufgezeigt.

Im Folgenden werden die Kerninhalte spezifiziert, an denen die Schülerinnen und Schüler die in Kap. 3.2 beschriebenen Kompetenzen erwerben können. Der Erwerb prozess- und inhaltsbezogener Kompetenzen ist grundsätzlich nicht auf einzelne Themengebiete beschränkt, sondern muss durchgehend bei der Unterrichtsplanung berücksichtigt werden.

Die in den folgenden Tabellen strukturiert dargestellten Kerninhalte in den aufgeführten Abschnitten (I) Orientierungswissen, (II) Anwendung und Vertiefung und (III) Erweiterung und Vernetzung müssen vernetzt unterrichtet werden.

4.1 Analysis

(a) Differenzialrechnung

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">(I) Orientierungswissen – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen
• Änderungsverhalten in verschiedenen Kontexten und Darstellungen (Tabelle, Graph)
• mittlere und lokale Änderungsraten in realen und geometrischen Situationen (Differenzenquotient, Sekante, Tangente)
• inhaltlich-anschaulicher Grenzwertbegriff
• elementare Ableitungsregeln (Ableitung von Konstanten, von Summen und konstanten Vielfachen von Funktionen, Potenzregel)
• Verlauf von Graphen (Monotonie, Symmetrie, Nullstellen, Verhalten im Unendlichen) ganzrationaler Funktionen in Anwendungszusammenhängen
• Kriterien (notwendige Bedingung und inhaltliche Begründungen) für die Existenz und Lage von lokalen und globalen Extremstellen und Wendestellen</td></tr>
<tr><td>(II) Anwendungen und Vertiefungen
• Datenerhebung und Modellieren von Anwendungssituationen durch Auswahl günstiger Funktionen
• Änderungsraten in Wachstums- und Zerfallsprozessen (mit linearen, Exponential- und Potenzfunktionen)
• Produktregel, Kettenregel für lineare innere Funktionen
• Extremalprobleme in Anwendungen, inhaltlich-anschauliche Diskussion der Zielfunktion
• erste und zweite Ableitungsfunktion im Anwendungskontext (inhaltliche Interpretation)
• Nullstellenbestimmung durch Intervallhalbierung</td><td>(II) Anwendungen, Vertiefungen und Systematisierung
• Modellieren von Anwendungssituationen durch Funktionen und Funktionsscharen (natürliche Logarithmus- und Exponentialfunktionen, Wurzelfunktionen, gebrochen rationale Funktionen)
• Modellieren von Anwendungssituationen mit Funktionen durch Auffinden geeigneter Parameter
• Erzeugung funktionaler Zusammenhänge durch Verkettung, Verknüpfung und abschnittweise Definition
• allgemeine Eigenschaften von Funktionen (Grenzwert von Zahlenfolgen, Stetigkeit und Differenzierbarkeit und deren Zusammenhang)
• Produkt-, Quotienten- und Kettenregel
• Extremalprobleme in inner- und außermathematischen Situationen
• notwendige Bedingung und hinreichende Bedingungen für die Existenz von lokalen Extrem- bzw. Wendestellen
• Nullstellenbestimmung mit dem NEWTON-Verfahren</td></tr>
<tr><td></td><td>(III) Erweiterung und Vernetzung
• Modellierungen mit trigonometrischen Funktionen (auch Extremwertprobleme)
• Eigenschaften gebrochen rationaler Funktionen (Polstellen, senkrechte, waagerechte und schiefe Asymptoten)</td></tr>
</table>

Kompetenzerwerb im Themenfeld

Die Grundbegriffe der Differenzialrechnung entfalten sich bei der Arbeit mit konkreten Anwendungssituationen, in denen das Erfassen und Beschreiben von Veränderungen im Mittelpunkt stehen. Als Untersuchungsgegenstände eignen sich numerisch gegebene diskrete Prozesse (z. B. Messreihen eines Beschleunigungsvorganges), grafisch repräsentierte, qualitative Prozesse (z. B. Wasserstand in einem Staubecken) oder auch symbolisch erfasste Prozesse (z. B. exponentielles Wachstum). Hieraus entwickeln sich auf natürliche Weise die Begriffe der mittleren Änderungsrate und der lokalen Änderungsrate.

Bei der Arbeit mit Funktionen als konkrete Modelle für reale Vorgänge haben die Schülerinnen und Schüler besondere Gelegenheit zu argumentieren („Warum ist der Zuwachs hier am größten“?) und zu modellieren („Wie bewegt sich ein Läufer?“) und Probleme zu lösen („Wie müsste der Graph für die Geschwindigkeit aussehen?“). Diese Vielfalt an Situationen und sinnstiftenden Kontexten kann nur dann genutzt werden, wenn man sich nicht allein auf die algebraisch berechenbaren Funktionen als Modelle beschränkt.

Das Erweitern der rechnerisch behandelbaren Funktionsklassen und das Entwickeln von Ableitungsregeln haben immer zum Ziel, weitere Modelle (z. B. exponentielles Wachstum, abschnittweise definierte Funktionen) bearbeiten zu können.

Im Grundkursfach bleibt diese Orientierung an Realsituationen durchgehendes Prinzip. Die Methoden der Infinitesimalrechnung werden weiterentwickelt, um z. B. Extremalprobleme in einfachen Anwendungen lösen zu können. Argumentationen werden hier immer auch inhaltlich geführt.

Im Leistungskursfach wird zusätzlich eine strengere Absicherung mathematischer Begriffe, Zusammenhänge und Regeln angestrebt, indem Beispiele und Gegenbeispiele für verschiedene Phänomene (z. B. Stetigkeit, Differenzierbarkeit) untersucht und systematisiert werden. Außerdem werden hier auch verstärkt Zusammenhänge aus rein innermathematischer Perspektive untersucht (z. B. geometrische Probleme, Kriterien für Extrema und Wendestellen).

Veränderungen dieses Themenbereiches beim Einsatz von neuen Technologien:

- Mit Tabellenkalkulationen können diskrete Daten (z. B. aus Messreihen) dargestellt und bearbeitet werden.
- Funktionsgraphen können in schneller Folge in unterschiedlicher Auflösung dargestellt und untersucht werden (z. B. in der Nähe von charakteristischen Punkten).
- Funktionen können mit CAS oder DGS in Abhängigkeit von Parametern dynamisch dargestellt und untersucht werden (Scharen, Animationen, Schieberegler).
- Das Ermitteln charakteristischer Punkte (wie in einer Funktionsuntersuchung) oder von Ableitungen (wie bei Extremalproblemen) wird durch ein CAS übernommen. Die grafische Darstellung lässt oft auch ein mühevolles Berechnen entfallen und macht Zusammenhänge schnell sichtbar und plausibel. Dadurch kann eine größere Vielfalt komplexerer Modelle bearbeitet werden.
- Komplexe symbolische Ausdrücke können mit einem CAS schnell manipuliert sowie untersucht und Gleichungen gelöst werden. Die Interpretation und das Verstehen symbolischer Darstellungen behalten ihre Bedeutung. Das Schreiben und Lesen der Ein- und Ausgabe von Ausdrücken verlangen besondere Sorgfalt.
- Numerische Verfahren (z. B. NEWTON-Verfahren) können programmiert werden.
- Mathematische Zusammenhänge können experimentell, d. h. durch Betrachtung und Variation von vielen Beispielen, erkundet werden.
- Der schnelle Wechsel zwischen Darstellungen (Graph, Tabelle, Term) ermöglicht zusätzliche Problemlösestrategien.
- Bei Verwendung von CAS ist eine zusätzliche Behandlung von weiteren Funktionsklassen sowohl im Grund- als auch Leistungskurs möglich.

(b) Integralrechnung

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">(I) Orientierungswissen – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen
• Rekonstruktion eines Bestandes aus Änderungsraten in Anwendungssituationen (z. B. Wasserstand, zurückgelegter Weg) – als diskrete Modellierung und als anschaulicher Grenzprozess
• Flächenbestimmung als Grenzprozess einer Ausschöpfung mit infinitesimalen Flächenstücken (z. B. durch Unter- und Obersummen)
• bestimmtes Integral von linearen Funktionen und Potenzfunktionen
• Additivität der Grenzen und Linearität des bestimmten Integrals (anschauliche Begründung und Anwendung)
• Plausibilität des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung an kontinuierlichen und diskreten Beispielen (z. B. Kontostand)</td></tr>
<tr><td>(II) Anwendungen und Vertiefung
• Stammfunktionen und Integrale von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen mit linearer innerer Funktion
• Bestandsrekonstruktion in verschiedenen einfachen Anwendungskontexten
• Berechnung von Flächen unter und zwischen Funktionsgraphen in einfachen Anwendungskontexten</td>
<td>(II) Anwendungen, Vertiefung und Systematisierung
• geometrisch-anschauliche Begründung des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechung
• Stammfunktionen und Integrale von ganzrationalen Funktionen, Logarithmus- und Exponentialfunktionen und trigonometrischen Funktionen
• Berechnung von Flächen unter und zwischen Funktionsgraphen und Bestandsrekonstruktionen in Anwendungskontexten
• Berechnung von Rotationsvolumina bei Rotation um die Abszissenachse</td></tr>
<tr><td></td>
<td>(III) Erweiterung und Vernetzung
• Integration mittels Substitution als Umkehren der Kettenregel und partielle Integration als Umkehrung der Produktregel
• Beschränktheit und Unbeschränktheit beim uneigentlichen Integral
• Näherungsweise numerische Bestimmung von Integralen (z. B. mit Trapezsummen)</td></tr>
</table>

Kompetenzerwerb im Themenfeld

Der Integralbegriff enthält mehrere Aspekte, die für eine vorstellungsorientierte Grundlegung, vor einer Formalisierung, in unterschiedlichen Anwendungssituationen erkundet werden. Dazu gehört der Aspekt der Rekonstruktion eines Bestandes: Hier können vorgegebene oder messtechnisch erfasste Änderungsraten untersucht werden. Ein weiterer Aspekt des Integralbegriffs ist der der Ausschöpfung von Flächen oder Volumina. Ihm kann man sich durch die näherungsweise Bestimmung von Maßen krummlinig begrenzter Figuren nähern, ohne dass hier bereits algebraisch vorgegangen werden muss. Eine qualitative Rekonstruktion bzw. eine numerische Ausschöpfung ist dann die Grundlage für eine Präzisierung und inhaltliche Diskussion des zugrunde liegenden Grenzprozesses. Die Beschäftigung mit Grundproblemen der Integralrechnung ist also zunächst eine modellierende. Erst auf der Grundlage dieser Erfahrungen kann algebraisch erkundet werden, wie als Terme gegebene Funktionen zu integrieren sind.

Der Grundgedanke der Verknüpfung von Differenzial- und Integralrechnung im Hauptsatz wird ebenfalls an anschaulichen Beispielen plausibel. Hierzu dienen auch diskrete Modelle, an denen die Schülerinnen und Schüler selbstständig argumentieren können.

Im Grundkursfach werden die Integration und Differenziation in vielfältigen einfachen Anwendungskontexten vertieft. Neue Funktionsklassen werden nur hinzugezogen, sofern sie als Modelle für diese Kontexte dienen.

Im Leistungskursfach wird der Hauptsatz geometrisch-anschaulich bewiesen. Die Integration weiterer konkreter Funktionen und allgemeiner Funktionsklassen wird in enger Verknüpfung mit den Ableitungsregeln erarbeitet und bietet Gelegenheiten zum Problemlösen. Verschiedene andere Ausschöpfungsprozesse vertiefen das Verständnis für die Grundidee des Integrierens.

Veränderungen dieses Themenbereiches beim Einsatz von neuen Technologien:

- Die numerische Ausschöpfung sowie die Rekonstruktion von Beständen lassen sich bei diskreten Daten mit einer Tabellenkalkulation erarbeiten, ebenso der Grenzprozess kann hier durch Verfeinerung der Schrittweite numerisch vollzogen werden.
- Die Möglichkeit der symbolischen Integration mit einem CAS erlaubt die Arbeit mit einer großen Vielfalt von Modellfunktionen und damit von realistischeren Anwendungskontexten. Dafür treten die Modellerarbeitung (Konstruktion passender Funktionen) und die Interpretation in den Vordergrund.
- Der Zusammenhang zwischen Integration und Differenziation kann auf der symbolischen Ebene an vielen Beispielen erkundet werden.
- Der Wechsel zwischen numerischer und grafischer Darstellung (TK) bzw. zwischen symbolischer und grafischer Darstellung (CAS) ermöglicht ein vertieftes Verständnis der Zusammenhänge zwischen verschiedenen Darstellungsformen.
- Numerische Berechnungsverfahren können „programmiert“ (z. B. mit TK oder mit Makros beim CAS) und auf Genauigkeit untersucht werden.

4.2 Analytische Geometrie

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">(I) Orientierungswissen – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen
• ebene Flächen und Körper im räumlichen Koordinatensystem und in Schrägbilddarstellung auch aus Anwendungskontexten
• Abstände von Punkten im Raum
• Darstellungen von Geraden, Ebenen, Strecken, ebenen Flächen und Körpern im Raum mithilfe von Koordinaten und Vektoren
• Ebenengleichungen (Parameter-, Koordinaten-, und Normalenform)
• Addition und Vervielfachung von Vektoren (als vereinfachende Schreibweise und in anschaulicher Darstellung)
• relative Lage von Gerade und Gerade, Gerade und Ebene, Ebene und Ebene</td></tr>
<tr><td>(II) Anwendungen und Vertiefung
• Abstandsbestimmung von Punkt zur Ebene
• räumliche Anwendungssituationen (z. B. Schnittprobleme, Flugbahnen)
• vektorielle Berechnung von Längen, Winkeln und Flächeninhalten räumlicher Figuren unter Anwendung des Skalarproduktes</td><td>(II) Anwendungen, Vertiefung und Systematisierung
• räumliche Anwendungssituationen (z. B. Projektionen, Flugbahnen)
• Skalarprodukt als Hilfsmittel zur Schnittwinkel- und Abstandsbestimmung (Punkt - Ebene, Punkt - Gerade, windschiefe Geraden) in räumlichen Anwendungssituationen
• Lösung von Gleichungssystemen mit höchstens drei Gleichungen und geometrische Darstellung der Lösungsmenge, GAUßscher Algorithmus</td></tr>
<tr><td></td><td>(III) Erweiterung und Vernetzung
• lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit, Vektorraum, Basis und Dimension
• vektorielle Beschreibung von Kreisen in der Ebene und deren Lagebeziehungen zu Geraden
• Kugeln im Raum und deren Lagebeziehungen zu Geraden und Ebenen</td></tr>
</table>

Kompetenzerwerb im Themenfeld

Dem Grundgedanken der analytischen Geometrie nähert man sich durch konkrete Darstellungs- oder Vermessungsprobleme, bei denen eine Koordinatisierung notwendig wird. Für die analytische Beschreibung komplexerer linearer Gebilde (Geraden, Ebenen, aber auch Strecken und Vielecke) wird der Vektorbegriff nützlich. Das symbolische Operieren mit Vektoren soll mit Bezug auf die geometrisch-anschaulichen Wirkungen erarbeitet werden. Mit diesen Werkzeugen lassen sich nun realistische Probleme modellieren und bearbeiten (wie z. B. Projektionen oder Abstand von Flugbahnen).

Im Grundkursfach wird im Wechsel zwischen geometrischer Darstellung und analytischer Bearbeitung das Wissen an weiteren realistischen oder elementargeometrischen Problemen vertieft. Dabei werden auch Winkel- und Flächenberechnungen in analytischer Schreibweise erarbeitet. Hierbei gibt es vielfältige Anlässe für problemlösendes Arbeiten.

Im Leistungskursfach werden die entwickelten Begriffe zugleich theoretisch systematisiert: Die systematische Untersuchung möglicher Lagebeziehungen zwischen linearen Objekten führt auf die Entwicklung von Verfahren der linearen Algebra. Aus diesen konkreten Anwendungen können allgemeine Begriffe wie Vektorraum, lineare Unabhängigkeit, Skalarprodukt entwickelt und auch auf andere nicht-geometrische Situationen übertragen werden. Diese Verallgemeinerungen verlangen vor allem mathematisches Argumentieren.

Veränderungen dieses Themenbereiches beim Einsatz von neuen Technologien:

- Räumliche Konstellationen können vom Computer (z. B. mit CAS) dargestellt, vom Nutzer gedreht und gewendet werden. Die Darstellung von solchen Objekten gibt einen authentischen Anlass für das Koordinatisieren.
- Die Visualisierung von Objekten im Raum erlaubt eine anschauliche Darstellung und Betrachtung von allen Seiten. So können Modellierungen und die Lösungen von Lage- und Schnittproblemen anschaulich überprüft werden.
- Universelle dynamische Raumgeometriesoftware erlaubt einen zunehmend explorierenden und interaktiven Umgang mit räumlichen Objekten.
- Manche Programme (zur Raumgeometrie) erlauben einen schnellen Übergang zwischen symbolischen und grafischen Darstellungen und bieten die Möglichkeit, den Zusammenhang zwischen analytischer und geometrischer Repräsentation zu erkunden.
- Viele Verfahren der linearen Algebra – insbesondere das Lösen linearer Gleichungssysteme – müssen zwar zunächst theoretisch durchdrungen werden. Danach kann die reine Rechenarbeit aber dem Computer (z. B. einem CAS) übertragen werden. Es bleibt dann mehr Zeit für das problemlösende Arbeiten, das Modellieren und das Interpretieren von Lösungen.

4.3 Stochastik

<table>
<tr><th>Grundkursfach</th><th>Leistungskursfach</th></tr>
<tr><td colspan="2">(I) Orientierungswissen – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen
• Zufallsexperimente, Wahrscheinlichkeitsbegriff
• Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten (kombinatorische Hilfsmittel, Urnenmodelle, Baumdiagramme und Vierfeldertafeln)</td></tr>
<tr><td>(II) Anwendungen und Vertiefung
• Binomialverteilung (Formel von BERNOULLI, tabellarische Darstellung)</td><td>(II) Anwendungen, Vertiefung und Systematisierung
• bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit in Anwendungssituationen (Satz von BAYES)
• Zufallsgrößen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilung (Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung)
• Binomialverteilung (Formel von BERNOULLI, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung)
• Normalverteilung als Grenzfall einer Binomialverteilung</td></tr>
<tr><td></td><td>(III) Erweiterung und Vernetzung
• zweiseitige Hypothesentests bei Binomialverteilung
• Signifikanzbegriff, Fehler 1. und 2. Art</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kompetenzerwerb im Themenfeld
Eine Vertiefung der Begriffe der beschreibenden Statistik ergibt sich aus der Notwendigkeit, die Ergebnisse von Erhebungen zu bewerten und einzuschätzen. Dazu werden verschiedene Verfahren der beurteilenden Statistik entwickelt. Es müssen Verfahren des Argumentierens in zufallsbedingten Situationen gefunden werden.

Im Grundkursfach werden Binomial-Verteilungen in verschiedenen Darstellungen untersucht.

Im Leistungskursfach lernen die Schülerinnen und Schüler weitere differenzierte Methoden der stochastischen Modellierung (Normalverteilung) und der Argumentation (mit Fehler 1. und 2. Art) kennen und wenden sie in verschiedenen Situationen an. Insbesondere findet eine Systematisierung der zugrunde liegenden symbolischen Darstellung der Modelle statt. Schließlich wird der Zufallsbegriff durch Erkundung von Phänomenen in Abhängigkeit der Fallzahl vertieft.</td></tr>
</table>

Veränderungen dieses Themenbereiches beim Einsatz von neuen Technologien:

- Für viele Zufallsprozesse, insbesondere für das Nehmen von Stichproben, steht eine spezielle Simulationssoftware zur Verfügung. Solche Prozesse können aber oft auch mit dem Zufallsgenerator einer TK erzeugt werden. So lassen sich ebenfalls umfangreiche Fallzahlen untersuchen, die etwa beim Würfeln von Hand kaum zu erreichen sind. Die experimentelle Exploration von Zufallsphänomenen (z. B. Gesetz der großen Zahl) wird dadurch erst möglich.
- Einfache theoretische Verteilungen (z. B. Binomialverteilungen) lassen sich auch für große Wiederholungszahlen n mit einer TK berechnen und so Kenngrößen von theoretischen und empirischen Verteilungen miteinander vergleichen.

5 Kurshalbjahre

Jedes Kurshalbjahr ist auf den Kompetenzerwerb der Schülerinnen und Schüler und auf die Bewältigung der Anforderungen in den abschlussorientierten Standards auszurichten.

5.1 Grundkursfach

1. Kurshalbjahr (ma-1): Analysis
• Änderungsverhalten von Funktionen, mittlere und lokale Änderungsraten • inhaltlich-anschaulicher Grenzwertbegriff, Begriff der Ableitung • Änderungsraten in Wachstums- und Zerfallsprozessen (mit linearen, Exponential- und Potenzfunktionen) • elementare Ableitungsregeln • Produktregel, Kettenregel für lineare innere Funktionen • Verlauf von Graphen ganzrationaler Funktionen • notwendige Bedingung für relative Extremstellen und Wendestellen • inhaltliche Begründung für relative Extremstellen und Wendestellen • Modellieren durch Auswahl günstiger Funktionen • Extremalprobleme • erste und zweite Ableitungsfunktion • Nullstellenbestimmung durch Intervallhalbierung

2. Kurshalbjahr (ma-2): Analysis / Stochastik
Analysis • Rekonstruktion eines Bestandes aus Änderungsraten • Flächenbestimmung als Grenzprozess (z. B. durch Unter- und Obersummen) • bestimmtes Integral • Stammfunktionen und Integrale von linearen Funktionen, Exponentialfunktionen mit linearer innerer Funktion und ganzrationalen Funktionen • Additivität der Grenzen und Linearität des bestimmten Integrals • Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung • Berechnung von Flächen unter und zwischen Funktionsgraphen **Stochastik** • Zufallsexperimente, Wahrscheinlichkeitsbegriff • Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten (kombinatorische Hilfsmittel, Urnenmodelle, Baumdiagramme und Vierfeldertafeln) • Binomialverteilung (Formel von BERNOULLI)

3. Kurshalbjahr (ma-3): Analytische Geometrie und lineare Algebra
• Addition und Vervielfachung von Vektoren • Abstände von Punkten im Raum • ebene Flächen und Körper im räumlichen Koordinatensystem • Darstellungen von Geraden, Ebenen, Strecken, ebene Flächen und Körpern im Raum mithilfe von Koordinaten und Vektoren • Ebenengleichungen (Parameter-, Koordinaten- und Normalenform) • relative Lage von Gerade und Gerade, Gerade und Ebene, Ebene und Ebene • Abstandsbestimmung von Punkt zur Ebene • räumliche Anwendungssituationen • Berechnung von Längen, Winkeln und Flächeninhalten räumlicher Figuren unter Anwendung des Skalarproduktes

4. Kurshalbjahr (ma-4): Analysis / Stochastik / komplexe Aufgabenstellungen
Analysis • Modellieren von Wachstums- und Zerfallsprozessen mit linearen Funktionen, Exponential- und Potenzfunktionen
Stochastik • Binomialverteilung (Schwerpunkt: tabellarische Darstellung)
komplexe Aufgabenstellungen

Weitere mögliche Inhaltsbereiche:

- Verknüpfung und Verkettung von trigonometrischen Funktionen (f(x)=sin(x))
- umkehren von Funktionen: Umkehrregel
- Kettenregel
- GAUß-Algorithmus
- Kreise in der Ebene und Kugeln im Raum
- weitere Abstandsbestimmungen
- lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit
- bedingte Wahrscheinlichkeit
- Zufallsgrößen und ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung

5.2 Leistungskursfach

1. Kurshalbjahr (MA-1): Analysis
• Änderungsverhalten von Funktionen, mittlere und lokale Änderungsraten • mittlere lokale Änderungsraten in realen und in geometrische Situationen (Differenzen-quotient, Sekante, Tangente) • inhaltlich-anschaulicher Grenzwertbegriff • elementare Ableitungsregeln (Ableitung von Konstanten, von Summen und konstanten Vielfachen von Funktionen, Potenzregel) • Verlauf von Graphen (Monotonie, Symmetrie, Nullstellen, Verhalten im Unendlichen) ganzrationaler Funktionen in Anwendungszusammenhängen • notwendige Bedingung und hinreichende Bedingungen für die Existenz von lokalen Extremstellen bzw. von Wendestellen • Grenzwert von Zahlenfolgen, Stetigkeit und Differenzierbarkeit und deren Zusammen-hang • Produkt- und Kettenregel • Eigenschaften von Graphen ganzrationaler Funktionen • Verkettung, Verknüpfung und abschnittweise Definition • Eigenschaften gebrochen rationaler Funktionen, Quotientenregel • Modellieren mit Funktionen und Funktionsscharen, auch durch Auffinden geeigneter Parameter • Extremalprobleme, auch mit trigonometrischen Funktionen • natürliche Exponential- und Logarithmusfunktion • Nullstellenbestimmung mit dem NEWTON-Verfahren

2. Kurshalbjahr (MA-2): Analysis / Stochastik
Analysis • Rekonstruktion eines Bestandes aus Änderungsraten • Flächenbestimmung als Grenzprozess • bestimmtes Integral • Additivität der Grenzen und Linearität des bestimmten Integrals • Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung • Stammfunktionen und Integrale von linearen Funktionen, Potenzfunktionen, ganzrationalen Funktionen, Logarithmus- und Exponentialfunktionen und trigonometrischen Funktionen • Berechnung von Flächen unter und zwischen Funktionsgraphen • Integration mittels Substitution und partielle Integration
Stochastik • Zufallsexperimente, Wahrscheinlichkeitsbegriff • Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten • bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit, Satz von BAYES • Zufallsgrößen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilung (Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung) • Binomialverteilung (Formel von BERNOULLI, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung)

3. Kurshalbjahr (MA-3): Analytische Geometrie und lineare Algebra
• Addition und Vervielfachung von Vektoren • ebene Flächen und Körper im räumlichen Koordinatensystem • Abstände von Punkten im Raum • Darstellungen von Geraden, Ebenen, Strecken, ebene Flächen und Körpern im Raum mithilfe von Koordinaten und Vektoren • Ebenengleichungen (Parameter-, Koordinaten- und Normalenform) • relative Lage von Gerade und Gerade, Gerade und Ebene, Ebene und Ebene inkl. Abstandsbestimmung • Skalarprodukt • GAUßscher Algorithmus • lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit, Vektorraum, Basis und Dimension • vektorielle Beschreibung von Kreisen in der Ebene und deren Lagebeziehungen zu Geraden • Kugeln im Raum und deren Lagebeziehungen zu Geraden und Ebenen

4. Kurshalbjahr (MA-4): Analysis / Stochastik / komplexe Aufgabenstellungen
Analysis • Rotationsvolumina bei Rotation um die Abszissenachse • uneigentliche Integrale • numerische Integration
Stochastik • Normalverteilung als Grenzfall einer Binomialverteilung • zweiseitige Hypothesentests bei Binomialverteilung • Signifikanzbegriff, Fehler 1. und 2. Art
komplexe Aufgabenstellungen

Weitere mögliche Inhaltsbereiche:

- Eigenschaften stetiger Funktionen auf abgeschlossenen Intervallen
- Regeln von DE L'HOSPITAL
- Ableitung der Umkehrfunktion
- diskrete und stetige Modellierung
- Integration durch Partialbruchzerlegung
- Darstellung von linearen dynamischen Prozessen
- Vektorprodukt
- zweiseitiger Hypothesentest bei Normalverteilung
- $k\sigma$ - Intervalle

6 Sonstige Regelungen

6.1 Jahrgangsübergreifender Unterricht

Jahrgangsübergreifende Leistungskurse können eingerichtet werden. Für einen Teil der Schülerinnen und Schüler ergibt sich die Reihenfolge MA-3, MA-4, MA-1, MA-2. In diesem Fall ist die Stochastik vollständig im Kurs MA-4 und die Analysis vollständig in den Kursen MA-1 und MA-2 zu unterrichten. Für neu einzurichtende Kurse ist hierauf bereits bei der Planung des ersten und zweiten Kurshalbjahres vor Beginn des jahrgangsübergreifenden Unterrichts zu achten.

Für die Realisierung einer eigenen didaktischen Konzeption - z. B. bei einem Zugang zur Analysis über die Integralrechnung - ist es möglich, Inhalte der Kurse ma-1 und ma-2 bzw. MA-1 und MA-2 auszutauschen.

6.2 Zusatzkurse

Neben den hier dargestellten Grund-, Leistungs- und Zusatzkursen können weitere Grundkurse angeboten werden, deren Inhalte durch die Schulen entwickelt und durch die für das Schulwesen zuständige Senatsverwaltung genehmigt werden.

Folgende zusätzliche Grundkurse sind möglich:

- Zusatzkurse,
  in denen die Schülerinnen und Schüler ihre in den jeweiligen Grund- oder Leistungskursen erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten vertiefen und erweitern
- Seminarkurse,
  in denen sich die Schülerinnen und Schüler fachübergreifend und/oder fächerverbindend auf eine Prüfung im Rahmen der ”Besonderen Lernleistung” vorbereiten

Zusatzkurse bieten andere Themen als die Grund- und Leistungskurse. Für die Teilnahme an einigen der dargestellten Zusatzkurse sind Inhalte von bestimmten Grund- oder Leistungskursen Voraussetzung. Diese Zusatzkurse dürfen nicht vor dem Besuch der entsprechenden Grund- oder Leistungskurse belegt werden. Geringe Kenntnisunterschiede können im Verlauf des Unterrichts ausgeglichen werden.

Für die Zusatzkurse sind die Unterrichtsinhalte so global angegeben, dass zusätzlich zu dem didaktischen Freiraum auch ein großer inhaltlicher Gestaltungsspielraum gegeben und durch eigene Konzeptionen auszufüllen ist.

Kurs ma-Z1 Inzidenzgeometrie
• Axiomensystem über die Inzidenz von Punkten und Geraden • geometrische und isomorphe algebraische Modelle • Unabhängigkeit Vollständigkeit Widerspruchsfreiheit

Kurs ma-Z2 Nichteuklidische Geometrie
• hyperbolische Geometrie • Modell der hyperbolischen Geometrie • Konstruktionsaufgaben • Klärung der Beziehungen zur absoluten Geometrie und zur euklidischen Geometrie • Vergleich elementarer geometrischer Zusammenhänge in der euklidischen mit denen in der hyperbolischen Geometrie

Kurs ma-Z3 Logik
• Aussagen- und Prädikatenlogik • Quantoren, Verknüpfungen bei Aussageformen, Mengendiagramme • logische Schlussformen

Kurs ma-Z4 Zahlentheorie
• Kongruenzen, Restklassen, Teilbarkeit • euklidischer Algorithmus, Darstellung des größten gemeinsamen Teilers zweier Zahlen als Vielfachsumme der beiden Zahlen • FERMAT'scher Satz und Satz von EULER • Perioden bei rationalen Zahlen

Kurs ma-Z5 Numerische Mathematik
Es sollte ein Rechner eingesetzt werden, doch stellt dessen Bedienung keine von der Mathematik unabhängige eigenständige Kompetenz dar. Die Bewertung der Näherungsverfahren durch Fehlerabschätzungen und der kritische Umgang mit Rechnerergebnissen sind wesentliche Bestandteile numerischer Untersuchungen.
• Interpolation von Funktionen • Approximation nach TSCHEBYSCHEW • Methode der kleinsten Quadrate • iterative Lösung eines linearen Gleichungssystems • Differenzgleichungen

Kurs ma-Z6 Differenzialgleichungen
• lineare Differenzialgleichungen erster Ordnung, Anwenden elementarer Lösungsverfahren für spezielle Differenzialgleichungen • lineare Differenzialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten im homogenen und inhomogenen Fall • weitere spezielle Differenzialgleichungen zweiter Ordnung • Anwendungen in der Physik, ungedämpfte und gedämpfte Schwingungen

Kurs ma-Z7 Unendliche Reihen
Dieser Kurs setzt Kenntnisse aus dem Profilkurs des zweiten Halbjahres der Einführungsphase oder entsprechende Kenntnisse aus den Leistungskursen aus den Halbjahren MA-1 und MA-2 voraus.
• konvergente und divergente Reihen, Konvergenzkriterien, CAUCHY-Kriterium • Potenzreihen • TAYLOR-Reihen

Kurs ma-Z8 MARKOWketten
Der Kurs setzt Kenntnisse aus der Stochastik voraus.
• homogene MARKOWketten, endliche Zustandsräume (endliche MARKOWketten) • Zustände und Übergangswahrscheinlichkeiten, Irrfahrtmodelle • Darstellung der Übergangswahrscheinlichkeiten durch Graphen und Matrizen • Grenzwahrscheinlichkeiten • Anwendungen auf Probleme aus der Biologie, Physik und der Wirtschaftswissenschaft

Kurs ma-Z9 Elemente der Funktionentheorie
• komplexe Zahlen, GAUß'sche Zahlenebene, Polarkoordinaten • Körperaxiome, Menge der komplexen Zahlen als Körper, Algebraische und geometrische Darstellung sowie Rechenregeln komplexer Zahlen in Polarform • lineare und einfache nicht lineare Funktionen, Stetigkeit und Differenzierbarkeit, Übertragen der aus der reellen Analysis bekannten Begriffe und Zusammenhänge auf komplexe Funktionen • Kreisbewegungen und Schwingungen, Verwenden von $z(t) = z_o \cdot e^{i\omega t}$ für periodische Vorgänge

Kurs ma-Z10 Kegelschnitte in der analytischen Geometrie
• Doppelkegel in vektorieller Darstellung • Schnitt eines Doppelkegels mit einer Koordinatenebene, Untersuchen von Kreis, Ellipse, Parabel und Hyperbel, Verknüpfen mit der Darstellung im zweidimensionalen Koordinatensystem • DANDELIN'sche Kugeln, Zusammenhänge zwischen DANDELIN'schen Kugeln und den Brennpunkten der Kegelschnitte

Kurs ma-Z11 Pathologien in der Analysis
In diesem Kurs kann interessierten Schülerinnen und Schülern Gelegenheit gegeben werden, Gegenbeispiele für die Nicht-Umkehrbarkeit von Sätzen oder Beispiele für die Unverzichtbarkeit von Voraussetzungen in Sätzen in einer mathematischen Tiefe zu untersuchen, die aufgrund der Komplexität der zu betrachtenden Funktionen im Rahmen der regulären Unterrichtszeit nicht möglich ist.
• Monotonie und Beschränktheit • Stetigkeit und Differenzierbarkeit, Integrierbarkeit • lokale und globale Eigenschaften von Funktionen • Funktionen, die nirgends lokal beschränkt sind, Funktionen, die stetig und nirgends monoton sind, Funktionen die stetig und nirgends differenzierbar sind, periodische Funktionen, deren Summe nicht periodisch ist, Funktionen, deren Ableitungsfunktionen nicht integrierbar sind.

Kurs ma-Z12 Einführung in die mehrdimensionale Differenzial- und Integral-rechnung
Für die Teilnahme an diesem Kurs sind sehr gute Kenntnisse aus der Analysis Voraussetzung.
• Kurven und Flächen im dreidimensionalen Raum • partielle Ableitungen, totales Differenzial, Gradient • analytische Darstellung von Kurven und Flächen in kartesischen Koordinaten, Zylinder- und Polarkoordinaten, zeichnerische Darstellung von Flächen durch ihre Höhenlinien mit der Gleichung $z = f(x,y) = konst.$ • Anwendungen, z. B. Wandern auf einer Fläche entlang einer vorgegebenen Kurve $y = \Gamma(x)$,Problem des Höhenunterschieds beim Wandern, Problem des steilsten Anstiegs an einer Stelle, Berechnung von Kräften im Potentialfeld, lokale Extrema und Extrema mit Nebenbedingungen. • Linienintegral, Flächenintegral, Volumenintegral, • Anwendungen, z. B. Volumen unterhalb eines Flächenstückes, der magnetische Fluss als Integral der Flussdichte, die Masse als Integral der Dichte und die Berechnung von Trägheitsmomenten

6.3 Fremdsprachiger Sachfachunterricht

Die zunehmende internationale Kooperation und der globale Wettbewerb verändern die Erwartungen an Lernende. Die Fähigkeit, Vorträge, Texte und Materialien zu einer Vielfalt von Themen in einer Fremdsprache verstehen und präsentieren zu können, wird an Hochschulen von den Studierenden ebenso erwartet wie in international agierenden Firmen und Wissenschaftsbetrieben von qualifizierten Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern. Darüber hinaus ist im Kontext internationalen Zusammenwirkens die Bereitschaft zum interkulturell sensiblen Umgang miteinander von großer Bedeutung.

Neben der Ausrichtung des Fremdsprachenunterrichts auf interkulturelle Handlungsfähigkeit ermöglichen längere und kürzere Sachfach-Unterrichtssequenzen in der Fremdsprache den Schülerinnen und Schülern, sich auf die neuen Herausforderungen in einer globalisierten Welt vorzubereiten. Vertiefend können sie dies an Schulen tun, in denen neben dem Fremdsprachenunterricht mindestens ein weiteres Fach in einer Fremdsprache unterrichtet wird.

Der Sachfachunterricht in der Fremdsprache erfolgt auf der Grundlage der Rahmenlehrpläne für die jeweiligen Unterrichtsfächer. Themen und Inhalte werden durch Festlegungen in schulinternen Curricula präzisiert und erweitert.

Bilinguale Züge und Schulen arbeiten in der gymnasialen Oberstufe auf der Grundlage besonderer Regelungen, die u.a. Festlegungen bezüglich der fremdsprachig erteilten Unterrichtsfächer treffen. Auch für diese Fächer gilt der Rahmenlehrplan der Berliner Schule mit den jeweiligen schulspezifischen Ergänzungen in Form von Unterrichtsplänen, die Elemente der jeweiligen Referenzkulturen einbeziehen.

Der Sachfachunterricht in der Fremdsprache bereichert und ergänzt den lebensnahen und effizienten Fremdsprachenunterricht. Er trägt zu einer erhöhten Fremdsprachenkompetenz bei, indem er die sprachlichen Lernprozesse des Fremdsprachenunterrichts fachspezifisch in den Bereichen Fachterminologie, Redemittel und Kommunikationsformen vertieft. Im fremdsprachigen Sachfachunterricht arbeiten die Schülerinnen und Schüler auf der Grundlage von authentischen Texten (im Sinne des erweiterten Textbegriffs), die sie unter Anleitung oder selbstständig bearbeiten und auswerten. Sie lernen, ihre Arbeitsergebnisse in der Fremdsprache zu präsentieren, und üben sich im Kommunizieren über Inhalte der Sachfächer als Vorbereitung auf das Studium und die berufliche Tätigkeit in internationalen Kontexten. In Gruppenarbeitsphasen und in der Kommunikation mit Externen verhandeln sie erfolgreich in der Fremdsprache. Die korrekte Sprachverwendung wird insbesondere unter dem Aspekt der erfolgreichen Kommunikation gefördert.

Der Sachfachunterricht in der Fremdsprache bietet in besonderer Weise die Möglichkeit zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Lernen. Der Sachfachunterricht bezieht verstärkt Themenbeispiele, Sichtweisen und methodisch-didaktische Ansätze aus den jeweiligen Referenzkulturen ein. Auf diese Weise fördert er die multiperspektivische Auseinandersetzung mit fachspezifischen Zusammenhängen und damit die Reflexion sowie Neubewertung der eigenen Lebenswirklichkeit und der eigenen Wertvorstellungen. Die Vermittlung fachspezifischer Arbeitsweisen und Darstellungskonzeptionen der jeweiligen Referenzkultur ermöglicht eine aktive Teilnahme der Schülerinnen und Schüler am internationalen Wissenschaftsdiskurs.

Die Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung erfolgen auf der Grundlage der für das jeweilige Sachfach festgelegten Bewertungskriterien.

7 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung im Fach Mathematik

Die Lehrerinnen und Lehrer entwickeln unter Beachtung der jeweils geltenden Rechtsverordnungen Kriterien für die Beurteilungen von Schülerinnen und Schülern. Diese Bewertungskriterien werden den Schülerinnen und Schülern zu Beginn eines Schulhalbjahres mitgeteilt und erläutert.

Beurteilungsgrundlagen in der gymnasialen Oberstufe im Fach Mathematik sind die Beteiligungen am Unterrichtsgeschehen und an den Unterrichtsgesprächen sowie die Klausurarbeiten.

Weitere Instrumente zur Leistungsfeststellung können benotete schriftliche Lernerfolgskontrollen, schriftliche oder mündliche Hausaufgabenkontrollen, unterrichtsimmanente Hausaufgabenkontrollen, Prüfungsgespräche, Lerntagebücher, Portfolios und Schülerreferate sowie eine Beteiligung an Projekten, an Lernen durch Lehren oder an Rollenspielen sein.

Schriftliche Leistungsüberprüfungen, in denen die Aufgabenformate den Anforderungen einer strukturierten Prüfungsaufgabe genügen, bilden insbesondere im Hinblick auf die zentralen Abiturprüfungen einen wesentlichen Beurteilungsaspekt.

Die Mitarbeit im Unterricht

Die schriftliche Mitarbeit während des Unterrichts und die Beteiligung am Unterrichtsgespräch haben im Mathematikunterricht gleichermaßen einen hohen Stellenwert. Bei der schriftlichen und mündlichen Mitarbeit im Unterricht ist die Qualität der Beiträge in Inhalt und Argumentation entscheidend. Im Leistungs- und auch im Grundkursfach ist der Grad der Exaktheit in der Verwendung der Fachsprache angemessen zu berücksichtigen.

Um die Mitarbeit der Schülerinnen und Schüler nicht zu hemmen, nehmen die Lernsituationen während des Unterrichts nicht den Charakter irreversibler Leistungssituationen an. In Erarbeitungsphasen, insbesondere in Brainstorming- , Vermutungs- oder Sammlungsphasen, und auch in Übungs- oder Sicherungsphasen wird eine von kurzfristigem Zensurendruck unbeschwerte Teilnahme am Unterricht ermöglicht.

Die für die Bewertung einer Schülerin oder eines Schülers günstigen schriftlichen oder mündlichen Beiträge werden grundsätzlich berücksichtigt. Dabei wird auch der kritische Umgang mit Fehlern positiv einbezogen. Durch offene Aufgaben und durch Problemstellungen und deren selbstständige Bearbeitung, in denen Schülerinnen und Schüler in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit Lösungswege diskutieren und zu Ergebnissen gelangen, ergeben sich Beobachtungen selbstständiger Schülerarbeit, die bei der Bewertung berücksichtigt werden.

Über die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen hinaus sollten auch die Personalkompetenzen, Kommunikations- und Sozialkompetenzen in die Beurteilung einfließen.

Maßgebend für die Bewertung am Ende eines Schulhalbjahres ist der erreichte Entwicklungsstand der Kenntnisse und Kompetenzen unter Berücksichtigung der Lern- und Leistungsentwicklung

Unterrichtsbezogene Kontrollen von Hausaufgaben finden innerhalb des Unterrichtsgespräches oder in Einzelberatung während dafür geeigneter Unterrichtsphasen statt.

Schriftliche Leistungsüberprüfungen

Die Klausuren sollen die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler überprüfen, Mathematik in vielfältigen, auch komplexeren Aufgaben im inner- und außermathematischen Bereich anzuwenden. Mit den Klausuren im Grund- und Leistungskursfach erfolgt auch eine Vorbereitung auf die zentral erstellten schriftlichen Prüfungsaufgaben im Abitur.

Zur Überprüfung der Lern-, Leistungs- und Kompetenzentwicklung können zusätzlich zu den Klausuren benotete schriftliche Lernerfolgskontrollen durchgeführt werden. Diese dienen der Kontrolle der individuellen Verfügbarkeit von Wissen und Können in einem begrenzten mathematischen Bereich und können nach dem Übergang in die Kursphase auch auf die erste Semesterklausur vorbereiten. Die Entscheidung über Anzahl und Umfang von schriftlichen Lernerfolgskontrollen in der gymnasialen Oberstufe sowie deren Berücksichtigung für den allgemeinen Teil der Semesternote obliegt der unterrichtenden Lehrkraft und wird den Schülerinnen und Schülern frühzeitig mitgeteilt. Die Fachkonferenz kann eine Empfehlung aussprechen.

Die schriftliche Hausaufgabenkontrolle ermöglicht eine Kontrolle der Bewältigung der Hausaufgaben sowie eine Bewertung.

Der mathematische Aufsatz kann als Hausaufgabe, als eine Aufgabe innerhalb von Klausuren oder in der Form einer schriftlichen Lernerfolgskontrolle durchgeführt werden.

Weitere Aspekte der Leistungsbewertung

In Referaten beschäftigen sich die Schülerinnen und Schüler in Einzel- oder in Gruppenarbeit mit einem abgegrenzten Teilbereich der Mathematik. Eine schriftliche Vorlage sollte erstellt werden. Die Beurteilung eines Referats unterliegt Kriterien, die den Schülerinnen und Schülern vorher genannt werden müssen. Die Fachkonferenz kann Grundsätze empfehlen, wobei die Fähigkeit zur Präsentation angemessen berücksichtigt werden sollte.

Unter einem Portfolio versteht man eine zielgerichtete Sammlung von Schülerarbeiten, in denen die Schülerinnen und Schüler ihre eigenen, individuellen Lernfortschritte im Sinne von kumulativem Lernen dokumentieren und bewerten. Die Lehrerinnen und Lehrer können diese einsammeln und bewerten. Dabei sollten auch vertikale und horizontale Vernetzungen aufgezeigt werden.

In einem Lerntagebuch notieren die Schülerinnen und Schüler ihre persönlichen Auffassungen vom Unterrichtsgeschehen. Die Bewertung darf an dieser Stelle das Individuelle der Sammlung nicht verwischen. Die Korrektur sollte vielmehr Gesprächsanlass sein, um mögliche Unstimmigkeiten oder Missverständnisse auszuräumen.

Projektorientiertes Lernen kann einen Höhepunkt im Unterricht darstellen. Entweder rein mathematische oder fachübergreifende Projekte bieten sich an. Bei fachübergreifenden Projekten gibt es die Möglichkeit des modularen Aufbaus - Fachgruppen bearbeiten das Thema unter fachspezifischen Aspekten - oder des integrierten Aufbaus - alle Projektgruppen bearbeiten das Thema unter Aspekten verschiedener Fächer. Der hohe Zeitaufwand in der häuslichen Arbeit ist bei der Projektbewertung und deren Gewichtung für die Halbjahresnote zu beachten.

In verschiedenen Ebenen wird das Lernen durch Lehren im Unterricht seine Anwendung finden. Es beginnt beim Helfen in Gruppen- und Partnerarbeit, geht über das interaktive Referat und endet in der selbstgestalteten Unterrichtssequenz. Je nach Leistungsvermögen können Schülerinnen und Schüler ihre unterschiedlichen Kompetenzen für die gesamte Lerngruppe einbringen. Es können auch Gruppen eine Unterrichtsstunde vorbereiten und gestalten.

Echte Rollenspiele dürften im Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe eher eine untergeordnete Bedeutung behalten. Es besteht aber z. B. die Möglichkeit, unterschiedliche Modelle zur Problemlösung kontrovers darzustellen.

Besondere Lernleistung und Präsentationsprüfung

Eine Vorbereitung auf die fünfte Prüfungskomponente in beiden Formen, auf die Präsentation in der zusätzlichen mündlichen Prüfung und auf das Colloquium zu der Besonderen Lernleistung, ist Teil des Unterrichts. Die im Unterricht im Zusammenhang mit der Vorbereitung auf die fünfte Prüfungskomponente erbrachten Beiträge und gezeigten Leistungen sind somit bei der Festlegung der Note für den allgemeinen Teil (AT-Note) zu berücksichtigen. Dem fachübergreifenden Charakter der fünften Prüfungskomponente wird dadurch Rechnung getragen, dass im Unterricht mathematische Inhalte fächerverbindend gesehen, formuliert und präsentiert werden.

Einen eigenen Stellenwert innerhalb der gymnasialen Oberstufe nimmt die Besondere Lernleistung ein. Sie insbesondere dient der Förderung wissenschaftspropädeutischen Arbeitens. Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Möglichkeit einer Einarbeitung in die Konventionen wissenschaftlichen Arbeitens, insbesondere der Zitierweise, und der Planung sowie Durchführung einer schriftlichen Ausarbeitung im Referenzfach Mathematik. Selbstständiges wissenschaftspropädeutisches Arbeiten der Schülerinnen und Schüler löst dabei zunehmend die Anleitung durch die betreuende Lehrkraft ab. Die schriftliche Hausarbeit selbst findet unmittelbar keine Berücksichtigung bei der Festlegung der Zeugnisnote für ein Kurshalbjahr.