

**Bitte alle Lösungen und Lösungswege auf diese Aufgabenblätter schreiben.
Nicht klar ersichtliche oder unvollständige Lösungswege führen zu Punktabzügen.
Tinte oder Kugelschreiber, blau oder schwarz.
Hilfsmittel: Fundamentum, Formelsammlung 4GM, Taschenrechner TI-89 mit Anleitung
Zeit: 4 Stunden**

Viel Erfolg!!!

- 4 1. a) Für welche Werte des Parameters a hat die Gleichung genau eine Lösung?
 $ax^2 + 6x + 2 = 0$

- b) Wechsle das Zahlensystem, d.h. berechne x im neuen Zahlensystem.
Die Zahlensysteme sind in Klammer angegeben.

$$12201 (3) = x (2)$$

- c) Bestimme in der Grundmenge der reellen Zahlen die Definitions- und Wertemenge der folgenden Funktion:

$$y = \frac{\sqrt{3-x^2}}{x-1}$$

- d) Gegeben ist die Funktion $y=5\sin(4x+70^\circ)-2.8$
Berechne die Periodenlänge und die drittkleinste positive Nullstelle.

5 2. a) Berechne x und y:

$$x = \log_3(7)$$

$$y = \log_b(\sqrt[2]{b^5})$$

b) Fasse zu einem Binomialkoeffizienten zusammen:

$$\binom{20}{8} + \binom{20}{9} = \binom{\quad}{\quad}$$

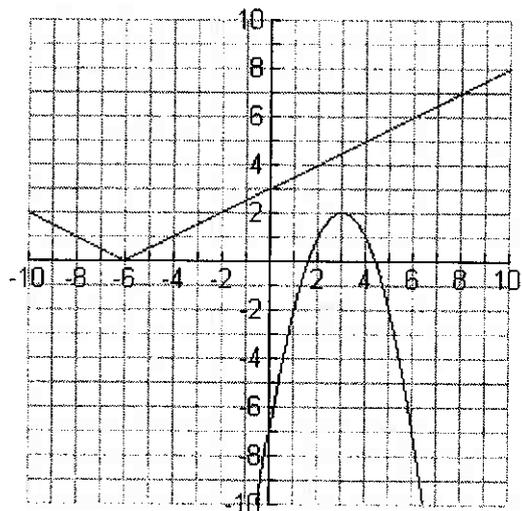
c) Von dem im Zehnersystem geschriebenen ausgerechneten Wert von 2004^{2008} ist die Anzahl der Ziffern anzugeben.

d) Berechne x und y:

$$x = \sum_{i=3}^7 (3i + 1)$$

$$y = \prod_{i=6}^{10} (2\sqrt{i} - 1)$$

e) Bestimme die Gleichungen der gezeichneten Punktemengen:



- 4 3. a) Ein Kapital wird während 9 Jahren zu 2%, während der folgenden 3 Jahre zu 1.5% und während weiteren 8 Jahren zu 1.25% verzinst. Berechne den mittleren Zinsfuß.

Ein Kapital wächst jährlich um 1.4%.
Berechne die Verdoppelungszeit.

- b) Auf wie viele Arten kann der Spruch gelesen werden?

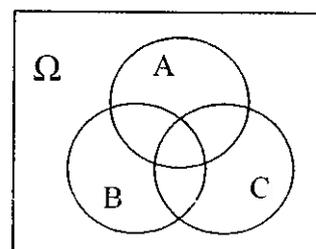
DERKLUGERE
ERKLUGEREI
RKLUGEREIS
KLUGEREIST
LUGEREISTI
UGEREISTIM
GEREISTIMZ
EREISTIMZU
REISTIMZUG
EISTIMZUGE

Auf wie viele Arten, wenn das U in der vierten Reihe nicht verwendet werden darf?

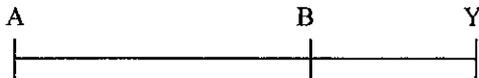
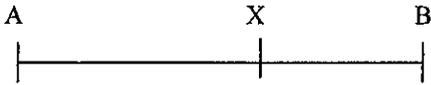
- c) Berechne ohne Taschenrechner:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x + 3}$$

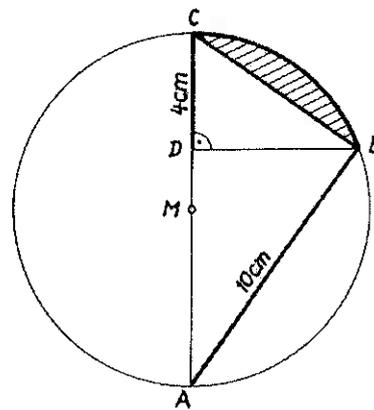
- d) Bestimme das Venn-Diagramm zur Formel $(A \cap C) \cup (B \setminus A)$



1 4. Konstruiere die zu X und Y gehörigen harmonischen Teilungspunkte der Strecke AB.



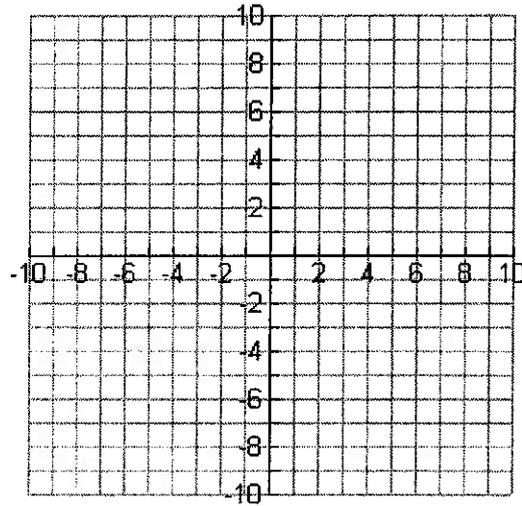
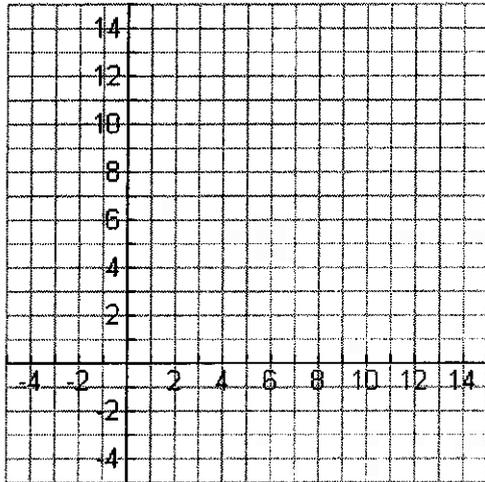
2 5. Berechne die schraffierte Fläche.



- 2 6. Zeichne die angegebenen Funktionen:

$$\sqrt{y-1} = \sqrt{2x-4}$$

$$(x+2y)\left(\frac{x}{3}-y\right) = 6\left(\frac{x}{3}-y\right)$$



- 2 7. Eine Folge ist rekursiv gegeben.
Bestimme die dazugehörige explizite Form und beweise die Formel mit vollständiger Induktion.

$$a_{n+1} = a_n + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}, \quad a_1 = \frac{1}{3}$$

- 2 8. Zwischen dem Gläubiger und seinem Schuldner wird ein Vertrag mit folgendem Inhalt abgeschlossen:

Der Schuldner zahlt seine Schuld von 28000 SFr in Monatsraten ab.

Die erste Rate beträgt 1125 SFr.

Jede folgende Rate ist um 250 SFr höher als die vorangehende.

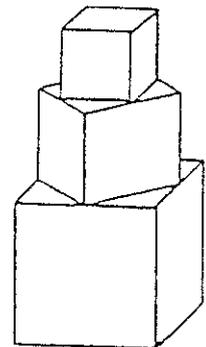
Wie viele Ratenzahlungen sind zu tätigen, bis die Schuld getilgt ist?

Wie gross ist die letzte Rate (Restzahlung)?

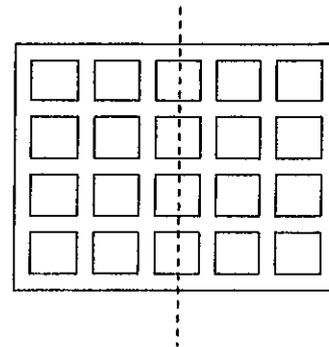
- 2 9. Eine Baufirma möchte zu Werbezwecken bei einer Ausstellung einen Turm errichten. Der Turm ist auf die folgende Art konstruiert. Er besteht aus würfelförmigen Klötzen, wobei die Ecken des nächst höheren Klotzes auf die Kantenmitte der Deckfläche des unteren Klotzes zu liegen kommen.

Die Kantenlänge des untersten Klotzes beträgt 5m.

- a) Wie viele Klötze können so aufeinander gestapelt werden, wenn die Halle eine Höhe von 15m aufweist?
b) Wie hoch könnte der Turm im Freien überhaupt werden?



- 2 **10.** Gezeichnet ist eine Anzeigetafel mit 20 Lampen, die unabhängig voneinander eingeschaltet werden können. Nun werden genau 9 Lampen eingeschaltet. Wie viele zur gestrichelten Achse symmetrische Beleuchtungsmuster sind möglich?



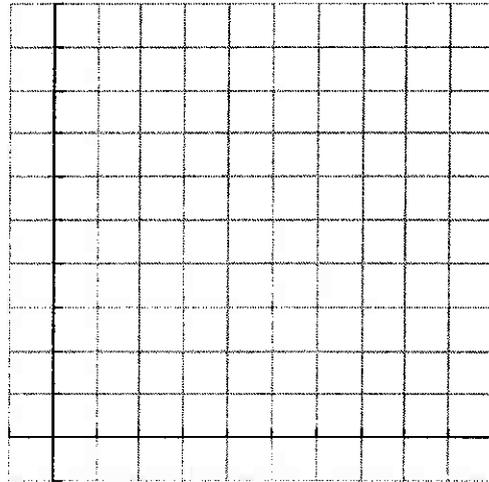
- 2 **11.** Von einem medizinischen Diagnosetest sind folgende Angaben bekannt:
 Er untersucht eine Krankheit, die bei 1% der Menschen auftritt.
 Ist ein Patient krank, so wird das mit einer Wahrscheinlichkeit von 98% festgestellt.
 Ist ein Patient gesund, so wird das mit einer Wahrscheinlichkeit von 97% festgestellt.
- Ein Patient hat die Diagnose „erkrankt“ erhalten.
 Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er trotzdem gesund ist?
 - Ein Patient geht nach der Diagnose „gesund“ beruhigt nachhause.
 Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er krank ist und damit behandelt werden müsste?
 - Wie gut ist nach deiner Meinung die Qualität dieses Tests?

- 2 **12.** Ein 30 cm langes Stück Draht wird in zwei Teile geschnitten.
Aus dem einen wird ein Quadrat, aus dem anderen ein Kreis geformt.
An welcher Stelle muss man schneiden, damit die Summe der Flächeninhalte der beiden geformten Figuren minimal wird? Wie gross ist dieser minimale Flächeninhalt?
- 2 **13.** Um die Breite eines Flusses zu bestimmen, ist längs des einen Ufers die Strecke $AB=30\text{m}$ abgesteckt worden. Am gegenüberliegenden Ufer steht ein Baum C.
Von A und B aus misst man die Winkel $\angle BAC=68.3^\circ$ und $\angle CBA=82.1^\circ$.
Wie breit ist der Fluss bei C? Skizziere und berechne.

- 2 **14.** Ein Verlag will durch die Produktion von zwei Büchern grösst mögliche Einnahmen erzielen. Der Bedarf wird bei Buch 1 auf höchstens 6000 Exemplare und bei Buch 2 auf höchstens 4000 Exemplare geschätzt. 1800kg Papier stehen zur Verfügung.

	Papierverbrauch	Einnahme
Buch 1	0.2kg	15Fr
Buch 2	0.3kg	30Fr

Wie müssen die Auflagen gewählt werden? Wie gross ist die maximale Einnahme?
Die Aufgabe ist graphisch zu lösen.



- 3 **15.** Eine Maschine produziert durchschnittlich 10% Ausschuss.
An einem Tag werden von dieser Maschine 20 Geräte hergestellt.
a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass davon genau 5 Geräte defekt sind.

b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 5 Geräte defekt sind?

Jährlich werden von dieser Maschine 6000 Geräte gefertigt.

- c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der defekten Geräte zwischen 500 und 800 liegt.

3 16. Diskutiere die Funktion $y = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 3}{x^2 - 1}$

a) Nullstellen

b) Schnittpunkt mit der y-Achse

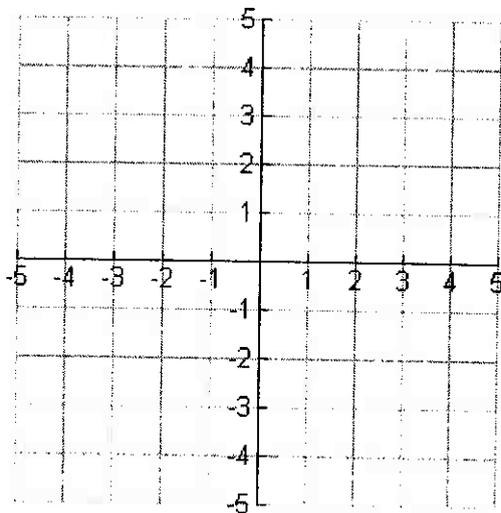
c) Pole

d) Lokale Maxima und Minima

e) Wendestellen

f) Asymptote für $|x| \rightarrow \infty$

g) Skizziere die Funktion im nebenstehenden Diagramm



- 3 18. Das Dreieck ABC ist die Grundfläche einer Pyramide, deren Spitze S der Schnittpunkt der drei Ebenen E_1 , E_2 und E_3 ist.

$$A(-2/-6/3), B(5/6/1), C(8/2/-1)$$

$$E_1: 5x-3y+z-5=0$$

$$E_2: x+4y-2z-16=0$$

$$E_3: 3x+2y-2z-6=0$$

- a) Berechne den Winkel α ($= \angle CAB$)

- b) Berechne die Koordinaten der Spitze S.

- c) Wie gross ist das Volumen der Pyramide?

Konnte b) nicht gelöst werden, dann für S den Punkt $(3/8/10)$ einsetzen.

- d) Bestimme den Winkel zwischen der Kante BS und der Grundfläche ABC.