

## Katalog Grundkenntnisse

Wie bekannt ist, hat im Jahre 1990 die Hochschulrektorenkonferenz (HRK) einen ersten "Katalog Grundkenntnisse in Mathematik" veröffentlicht. Das Ziel dieses Dokuments bestand darin, den Stoff festzulegen, über den Studierende beim Eintritt in eine schweizerische Hochschule verfügen müssen, weil er zu Studienbeginn als bekannt vorausgesetzt wird. In der Zwischenzeit haben sich einige Rahmenbedingungen für den gymnasialen und den universitären Unterricht verändert. Es wurde ein neues Reglement über die Anerkennung von gymnasialen Maturitätsausweisen (MAR) erlassen. Moderne technische Hilfsmittel eröffnen neue Möglichkeiten, stellen aber auch zusätzliche Anforderungen an Gesellschaft und Schule.

Die DMK hielt es daher für angebracht, die Schnittstelle zwischen Gymnasien und Hochschulen zu überprüfen. In Zusammenarbeit mit einer Kommission der ETH Zürich wurde eine zweite Fassung "Katalog der Grundkenntnisse in Mathematik DMK 1997" erstellt und zur Vernehmlassung gebracht. Eine grosse Mehrheit der Vernehmlassungspartner begrüsst das Vorhaben der DMK. Acht Hochschulen, ca. 30 Gymnasien und diverse Einzelpersonen lieferten ein Feedback. Inzwischen ist das neue MAR zweimal evaluiert worden und es zeigt sich, dass dieser Katalog erneut überarbeitet werden muss. Die DMK ist sich bewusst, dass eine Stoffliste nicht ausreicht, den Gehalt des Mathematikunterrichtes zu umschreiben. Deshalb möchte sie, gestützt auf den Rahmenlehrplan Mathematik, im Teil A einige grundsätzliche Ziele formulieren, die ihrer Meinung nach die Basis für die Umsetzung des in Teil B beschriebenen Stoffes bilden.

### Teil A : Allgemeine Ziele

Der Mathematikunterricht soll den Gymnasiastinnen und Gymnasiasten folgende Grunderfahrungen ermöglichen:

Mathematik ist ein sich fortwährend weiter entwickelndes Netz von Ideen, Begriffen und Erkenntnissen. Oft bestehen zwischen diesen unvermutete Zusammenhänge und es gibt überraschende Phänomene und Muster, die sich mit Phantasie entdecken und durchschauen lassen. Für die Auseinandersetzung mit Mathematik sind der Drang nach Erkenntnis, ästhetische Gesichtspunkte und Aspekte der Anwendung treibende Kräfte. Durch den Prozess des Modellbildens und Mathematisierens gewinnt man mithilfe mathematischer Methoden Einsichten über die uns umgebende Wirklichkeit, die anders wie wohl nicht zu erhalten sind. Dadurch ermöglicht die Mathematik eine Fülle von Anwendungen in verschiedenen Disziplinen. Dementsprechend erfordert der Umgang mit Mathematik ethisches Verantwortungsbewusstsein. Der Mathematikunterricht ist ein sozialer Prozess, bei dem die Beteiligten einerseits durch Gedankenaustausch, und andererseits durch eigenes Nachdenken mathematisches Verständnis aufbauen. Durch die historische Dimension des Faches findet eine Kommunikation über viele Generationen hinweg statt.

Aus dieser Sicht ergibt sich, dass mindestens eine Auswahl der folgenden Gegenstände im Unterricht zur Sprache kommen soll. Sie erscheinen hier, und nicht im Stoffkatalog, weil es weder zweckmässig noch wünschenswert ist, sie im Detail vorzuschreiben:

1. Logische Denkmuster, wie unterscheiden von notwendigen und hinreichenden Bedingungen und formulieren der Negation von Aussagen, beweisen und argumentieren

2. Mathematische Modelle, z.B. Wachstums- und Zerfallsprozesse, mathematische Formulierung eines in Worten gestellten Problems, Einführung geeigneter Variablen, Beschreibung von funktionalen Zusammenhängen zwischen Variablen, Aufstellen von Nebenbedingungen, Definition einer Zielfunktion, Anwendungen der Analysis in der Physik, Wirtschaftsmathematik

3. Algorithmen, wie iterative Verfahren zur Lösung nichtlinearer Gleichungen, numerische Integration oder Simulationen in der Stochastik, Polynomdivision, Heron-Verfahren, Rekursion, etc.

4. Räumlich-geometrisches Vorstellungsvermögen schulen

5. Fertigkeiten von Hand

– Einfache Funktionsgraphen (Geraden, Polynomfunktionen, Exponentialfunktionen, trigonometrische Funktionen,  $\sqrt{x}$ , ...) zeichnen

– Einfache Gleichungen und Gleichungssysteme (wie unter 1.2. und 1.3. aufgeführt) lösen  
Termumformungen, auch mit Parametern

– Ableitungsfunktionen (vgl. 2.2.) und Stammfunktionen (vgl. 2.8.) einfacher Funktionen

6. Einsatz von grafikfähigen Systemen und CAS

Ganz grundsätzlich sollen, wo immer sinnvoll und möglich, informationstechnische Hilfsmittel zur Unterstützung des Mathematikunterrichts eingesetzt werden.

## **Teil B : Stoffkatalog**

Die im Folgenden in der linken Kolonne aufgeführten Gegenstände sollen im Hochschulunterricht ohne weiteres verwendet werden können. Es wird also erwartet, dass die Studierenden die Begriffe kennen, mit ihnen gearbeitet haben und ohne lange Einarbeitung wieder sicher damit umgehen können. In der rechten Spalte sind weitergehende Themen aufgeführt, welche im Schwerpunktfach prioritär behandelt werden sollen:

<p><b>1. Algebra</b>  1.1 Variablen, Terme, Gleichungen, Ungleichungen, Operationen und Umkehroperationen  1.2 Lineare Gleichungssysteme mit 2 Variablen, Spezialfälle  1.3 Reelle Zahlen, Gleichungen der Art <math>x^n = a</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math>, <math>a \neq 0</math>, <math>b^x = c</math>, quadratischen Gleichungen  1.4 Potenzen und Potenzrechenregeln, Logarithmen und Logarithmenregeln  1.5. Trigonometrische Gleichungen der Art <math>\text{trig}(ax+b)=c</math></p> <p><b>2. Analysis</b>  2.1 Funktionsbegriff  2.2 Grundfunktionen und ihre graphische Darstellung (Polynomfunktionen, <math>x^k</math> für <math>k \in \mathbb{Z}</math>, Quadratwurzelfunktion einfache rationale Funktionen, <math>\sin(x)</math>, <math>\cos(x)</math>, Exponential- und Logarithmusfunktionen; Transformationen der Art <math>f(ax+b)</math> und <math>af(x)+b</math>)  2.3 Beschreibende Eigenschaften von Funktionen im anschaulichen Sinn (Monotonie, Symmetrie, Stetigkeit, Periodizität, lokale Extrema und Wendestellen, horizontale und vertikale Asymptoten)  2.4 Begriff der Umkehrfunktion von <math>\exp(x)</math> und <math>x^n</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math>  2.5 Begriff der Ableitung auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffs, verschiedene Erscheinungsformen der Ableitung (insbesondere Tangentensteigung, Geschwindigkeit, Änderungsrate)  2.6 Ableitungen der unter 3.2. aufgeführten Grundfunktionen  2.7 Ableitungsregeln: Summen-, Konstanten-, Produkt- und Quotientenregel, Kettenregel  2.8 Begriff des bestimmten Integrals, verschiedene Erscheinungsformen des bestimmten Integrals (insbesondere Flächeninhalt, Arbeit)  2.9 Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung Stammfunktionen der unter 3.2 aufgeführten Grundfunktionen und Abwandlungen der Art <math>f(ax+b)</math> und <math>af(x)+b</math> sowie von Linearkombinationen dieser Funktionen  2.10. Extremwertaufgaben</p> <p><b>3. Stochastik</b>  3.1 Kombinatorik: Zählprinzipien, Permutationen, Binomialkoeffizienten  3.2 Wahrscheinlichkeit: Zufallsexperimente, Baumdiagramme Binomialverteilung  3.3 beschreibende Statistik  3.4 beurteilende Statistik mit Hilfe der Binomialverteilung</p> <p><b>4. Geometrie</b>  4.1 Elementargeometrie: Flächeninhalte (Dreiecke, Vierecke, Kreis), Winkelsumme im n-Eck, Stufenwinkel, Wechselwinkel, Kongruenz, Ähnlichkeit, Satz von Pythagoras, Thaleskreis  4.2 Trigonometrie: Definition der Winkelfunktionen am Einheitskreis, Bogenmass, Sinus- und Cosinussatz, harmonische Schwingungen  4.3 Anschauliche Darstellung von räumlichen Situationen (Schrägbilder). Oberfläche und Rauminhalt von Quader, Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel, Kugel  4.4 Vektorgeometrie: elementare Operationen mit Vektoren, Skalarprodukt, Vektorprodukt, Darstellung von Geraden</p>	<p>Gleichungssystem mit mehr als 2 Variablen, Lineare Optimierung</p> <p>Additionstheoreme</p> <p>arithmetische und geometrische Folgen und Reihen, harmonische Reihe, Konvergenz, vollständige Induktion</p> <p>Graph von <math>f(x)=\tan(x)</math></p> <p>Arcusfunktionen  Krümmung einer Kurve</p> <p>Taylorreihen</p> <p>Riemannsche Summen  Volumenberechnung von Rotationskörpern</p> <p>Integralfunktion  fortgeschrittene Integrationstechniken</p> <p>binomischer Lehrsatz  bedingte Wahrscheinlichkeit</p> <p>Normal- und Poissonverteilung, Tests, Fehler 1. und 2. Art</p> <p>Platonische Körper</p> <p>Darstellung von Ebenen, gegenseitige Lage Kugel, Spatprodukt  Kegelschnitte  Parametrisierte Kurven</p> <p><b>5. Komplexe Zahlen</b>  <math>z = a + b \cdot i</math>, <math>z = r \cdot \text{cis} \varphi</math>, <math>z = r \cdot e^{i\varphi}</math>  Rechenregeln, Formel von Moivre  Darstellung in der Gausssschen Zahlenebene</p> <p><b>6. Matrizen, Determinanten, Lineare Abbildungen</b></p>
---	---