

Klassen 4A und 4C

Mathematik
schriftlich

Sandro Friedrich

Bemerkungen:

- * Erlaubte Hilfsmittel: Formelbuch und nicht programmierbarer Taschenrechner.
- * Pro Aufgabe ist eine neue Seite anzufangen.
- * Die Note berechnet sich aus $1 + 0.1 \times \text{Anzahl Punkte}$ und wird auf halbe Noten gerundet.

A. Kurzaufgaben

1. a) Berechne den Winkel β im Dreieck A (2/0/0) B(0/1/1) C(1/2/1) sowie dessen Flächeninhalt. (2)
- b) Löse die folgende Gleichung für $0 \leq x \leq 2\pi$: $2\sin 2x + 3\cos x = 0$. Die Lösungen sind im Radiantmass anzugeben. (2)
- c) Im September 1995 betrug die Erdbevölkerung ca. 6 Milliarden Menschen. Das jährliche Wachstum sei 0.8%. In welchem Jahr wird die 10-Milliarden-Grenze überschritten? (2)
- d) Welcher Punkt der Funktion $y = 2/x$ liegt am nächsten beim Ursprung? (2)
- e) In einer Klasse von 23 Personen befinden sich auch Rita und Hans. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer zufällig zusammengestellten Dreiergruppe weder Rita noch Hans vorkommen? (2)
- f) Die ungerundeten Noten einer Prüfung mit 300 Kandidaten sind normalverteilt mit Mittelwert 4.1 und einer Streuung von 0.9. Welche beiden Noten (auf zwei Stellen nach dem Komma runden) bilden die zum Mittelwert symmetrischen Grenzen, ausserhalb derer sich nur 5% aller Noten befinden? (2)
- g) Berechne die folgenden Integrale:
- $g_1) \int 2\cos(-3x)dx$ (1)
- $g_2) \int_0^1 10^{2x} dx$ (1)
- $g_3) \int_1^2 \frac{3}{2x-1} dx$ (1)
- h) Leite einmal ab und fasse zusammen:
- $f(x) = \sqrt{\sin\left(2x - \frac{1}{4}\right)}$ (2)

B. Analysis

2. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{-x^3 + 4x^2 - x - 6}{x^2 + x - 2}$.
- a) Bestimme Nullstellen, Pole und Asymptoten und skizziere die Funktion. (3)
- b) Beweise, dass $g(x) = \frac{-20\ln(x+2) - 4\ln(x-1) - 1.5x^2 + 15x}{3}$
eine Stammfunktion von $f(x)$ ist. (2)
- c) Bestimme den Flächeninhalt, den die Funktion $f(x)$ zwischen den Nullstellen im 1. Quadranten mit der x -Achse einschließt. (2)
- d) Berechne das Rotationsvolumen, das entsteht, wenn der Flächeninhalt, den die Funktion $h(x) = \sqrt{f(x)}$ mit der Parabel $y = (2-x)(x-3)$ einschließt um die x -Achse rotiert. (3)

3. Gegeben sei die Funktion $f(x) = 2tx^2e^{-tx}$, $t \in \mathbb{R}$
- a) Berechne die Extrema für $t = 1$ und skizziere die Funktion. (2)
- b) Berechne für $t = 1$ numerisch die Schnittpunkte zwischen der Funktion $f(x)$ und ihrer Normalen in demjenigen Wendepunkt, der am nächsten bei der y -Achse liegt. Die x -Werte der Koordinaten sind auf 1 Stelle nach dem Komma zu runden. (3)
- c) Berechne t so, dass das Extremum mit dem grösseren x -Wert einen y -Wert von -1 hat. (2)
- d) Berechne t so, dass der x -Wert des Wendepunktes der näher bei der y -Achse liegt 1 beträgt. (3)

C. Vektorgeometrie

4. Gegeben sind die Ebene $E: x - y - 2z + 2 = 0$ und der Punkt $A (1/2/0.5)$; $A \in E$.
- a) Berechne den zweiten Spurpunkt der Schnittgeraden zwischen π_1 (Grundrissebene) und E . (2)
 - b) Berechne die Koordinatenform einer erstprojizierenden Ebene, die senkrecht zu E steht und durch A verläuft. (3)
 - c) Berechne die Gleichung der Geraden g , die in E liegt, durch A geht und senkrecht zur Schnittgeraden zwischen π_1 und E steht. (3)
 - d) Berechne den Winkel zwischen π_1 und der dritten Spur von E . (2)

D. Stochastik

5. Bei einem gezinkten Würfel erscheint die 6 mit der Wahrscheinlichkeit 25%, die 1 mit der Wahrscheinlichkeit $1/12$. Die anderen Augenzahlen haben dieselbe Wahrscheinlichkeit.
- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit für eine Augenzahl grösser als vier? (2)
- b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, bei 20 Würfeln mindestens zwei mal mehr als Augenzahl vier zu werfen? Die Angabe in Prozent ist auf zwei Stellen nach dem Komma zu runden. (3)
- c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 1000 Würfeln zwischen 250 und 270 Sechser dabei sind? (2)
- d) Man nimmt noch einen ungezinkten Würfel hinzu. Wie oft muss man einen Doppelwurf ausführen, um mit mindestens 99% Wahrscheinlichkeit mindestens einmal Augensumme 10 oder höher zu werfen? (3)

Klassen 4A und 4C

Mathematik
mündlich

Sandro Friedrich

I Vektorgeometrie

1. Vektoren im 2- und 3-dim. Raum
2. Parameterform der Geraden
3. Parameter- und Koordinatenform der Ebene: Schnittprobleme, Spuren.
4. Skalarprodukt: Winkelberechnung.
5. Vektorprodukt: Flächenberechnung, Abstand Punkt-Gerade, Schnittgerade zweier Ebenen

II Analysis

6. Ganze und gebrochen rationale Funktionen

II.1 Differentialrechnung

7. Begriff der Ableitung (Tangenten, Normale, Steigungswinkel)
8. Ableitungsregeln: Produkt-, Quotienten- und Kettenregel
9. Höhere Ableitungen und ihre Bedeutungen
10. Extremwertaufgaben
11. Ableitungen von Polynomen, trigonometrischen Funktionen, Exponential- und Log-Funktionen
12. Umkehrfunktionen

II.2 Integralrechnung

13. Bestimmtes und unbestimmtes Integral
14. Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
15. Integrationsregeln
16. Flächenberechnungen und Flächenextrema
17. Drehkörpervolumen (Rotation um x- und y-Achse)
18. Uneigentliche Integrale

III. Stochastik

19. Mittelwert, Zentralwert, Varianz und Streuung
20. Relative Häufigkeiten, Histogramme, Begriff der Wahrscheinlichkeit
21. Unabhängige und bedingte Wahrscheinlichkeiten
22. Wahrscheinlichkeitsalgebra (Addition und Multiplikation von Wahrscheinlichkeiten)
23. Kombinatorik (Variationen mit und ohne Wiederholung, Permutationen, Kombinationen ohne Wiederholungen)
24. Binomische Verteilung
25. Normalverteilung