

# Zur Schnittstelle Schule – Hochschule: Erfahrungsbericht aus der deutschen Bildungslandschaft

Prof. Dr. Jürg Kramer  
Institut für Mathematik  
Humboldt-Universität zu Berlin



# Inhalt

1. Verschiedene Aspekte zur Problemlage
2. Erste politische Schritte zur Überwindung der Probleme
3. Grundlegende Leitlinien zum Mathematikunterricht in Deutschland
4. Erwartungen von Seiten der Hochschule
5. Konkrete Lösungsansätze
6. Vision

# 1. Verschiedene Aspekte zur Problemlage

Autorengruppe Bildungsberichterstattung

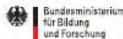
## Bildung in Deutschland 2008

Ein indikatorengestützter Bericht mit einer Analyse  
zu Übergängen im Anschluss an den Sekundarbereich I



Im Auftrag der Ständigen Konferenz der Kultusminister  
der Länder in der Bundesrepublik Deutschland und  
des Bundesministeriums für Bildung und Forschung

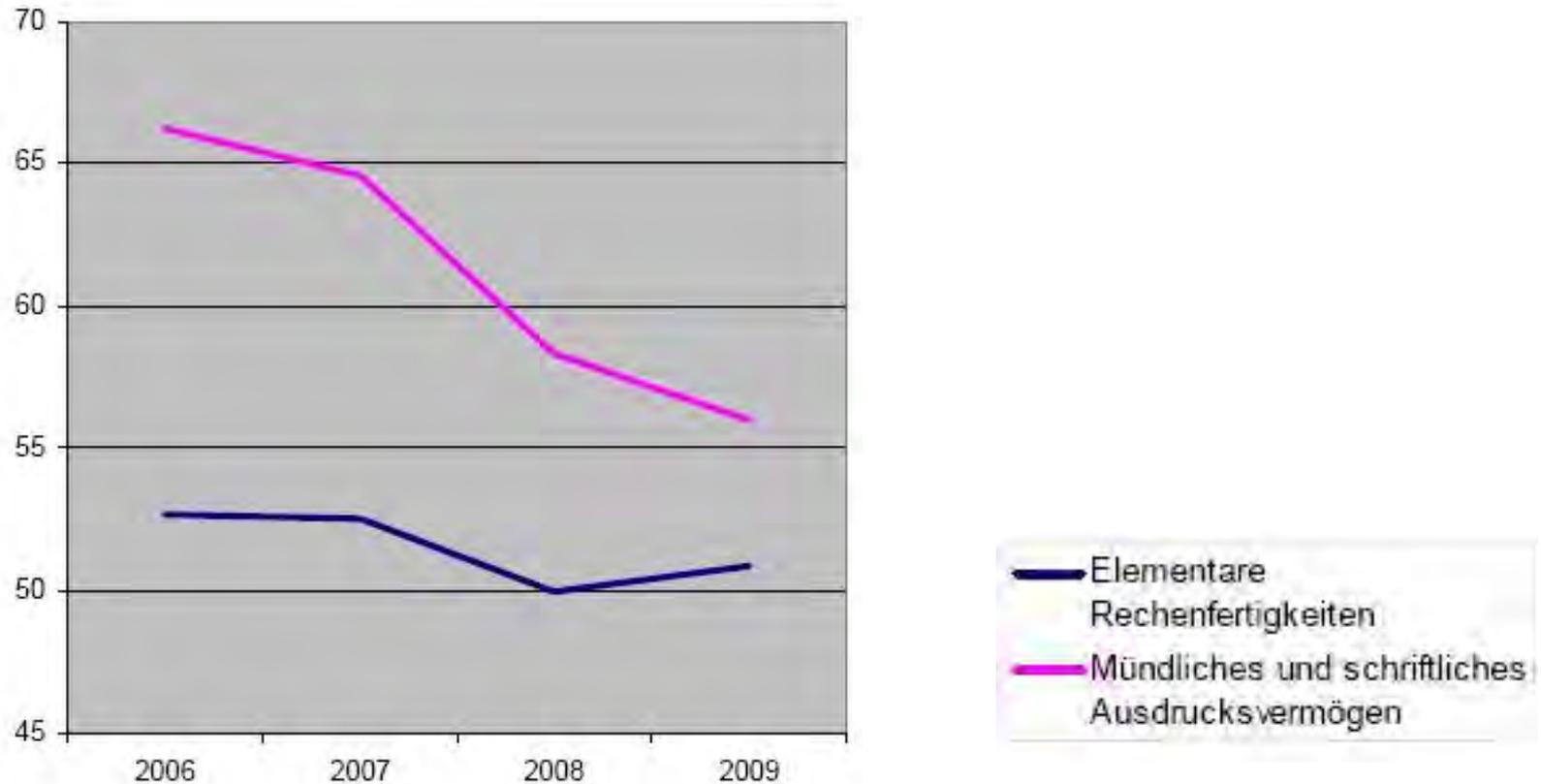
2008



- Extrem breite Leistungsstreuung nach Übertritt in Sekundarschule
- Extrem starker Einfluss der sozialen Herkunft auf Bildungserfolg
- Rückgang der Hauptschulabschlüsse
- Trend zur Hochschulreife
- Erwerb der Fachhochschulreife stieg von 11% (2001) auf 14% (2006) der 18- bis unter 21-Jährigen
- Erwerb der Hochschulreife stieg von 26% (2001) auf 30% (2006) der 18- bis unter 21-Jährigen
- Hochschul**absolventen**quote: 22%  
Zielmarke Wissenschaftsrat: 35%

## DIHK-Ausbildungsumfragen 2006-09

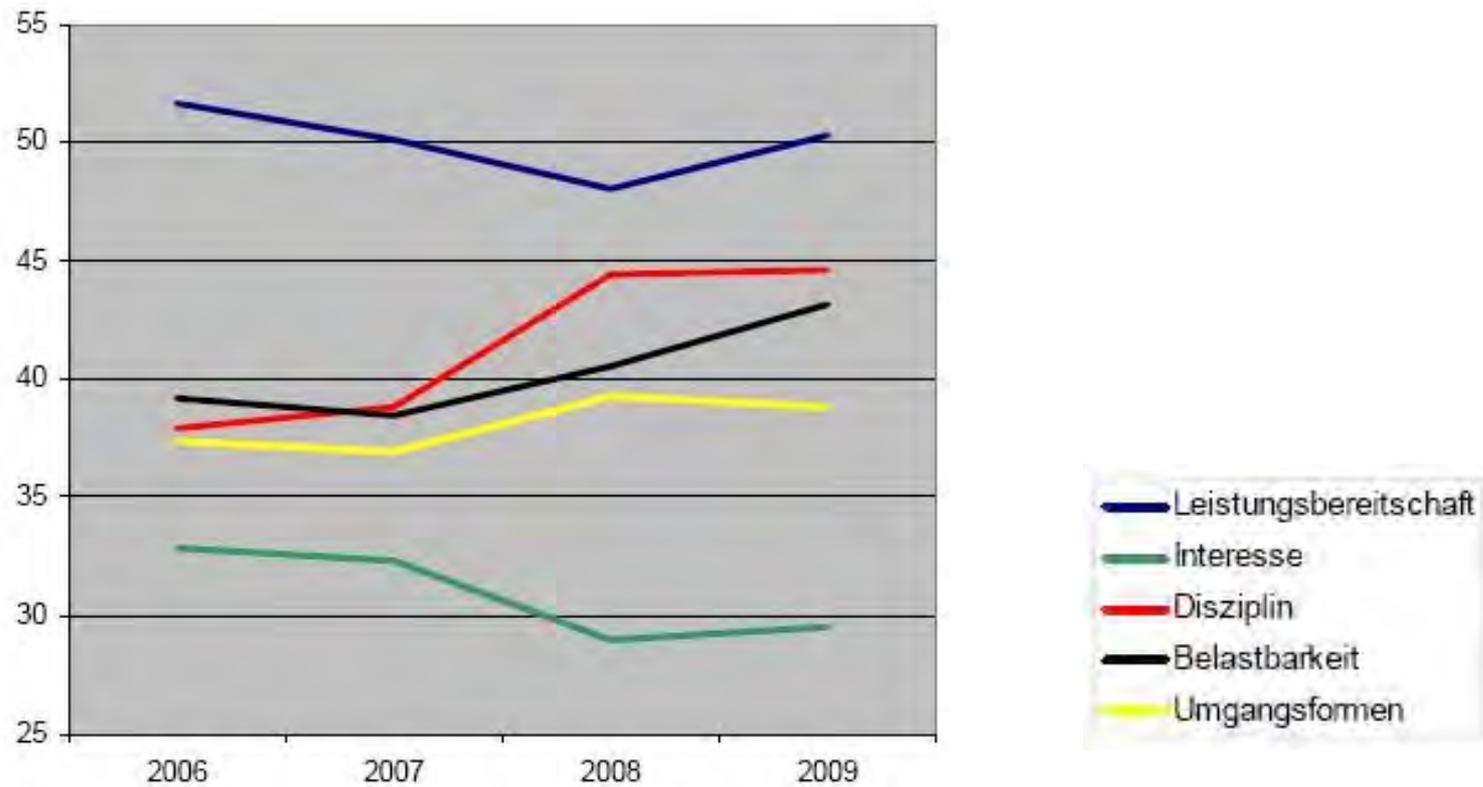
Von 14.000 Unternehmen klagen über Mängel (Angaben in %)



## DIHK-Ausbildungsumfragen 2006-09



Von 14.000 Unternehmen klagten über Mängel (Angaben in %)





22/2009

2. Oktober 2009

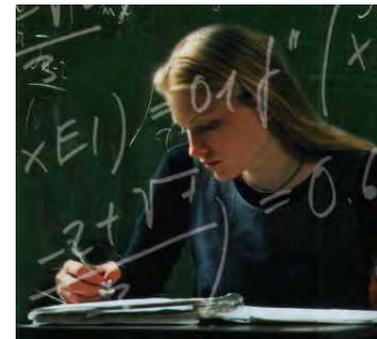
## Notstand in Mathematik: Wirtschaft fordert Abhilfe

Wirtschaft und Universität schlagen Alarm: Sie beklagen die schlechten Leistungen der Schulabgänger in Mathematik. „Der IHK Braunschweig macht diese Entwicklung große Sorgen“, betont Präsident Wolf-Michael Schmid, „die Bedeutung der Mathematik als Grundlagenwissenschaft für unsere Wirtschaft kann nicht hoch genug eingeschätzt werden. Wenn den Schulabgängern das mathematische Rüstzeug fehlt, vergreifen wir uns nicht nur am Standort Deutschland, sondern auch an der jungen Generation.“ „So kann es nicht weitergehen“, ergänzt Thomas Sonar, Mathematik-Professor an der TU Braunschweig, und verweist darauf, dass die mathematischen Leistungen der Studienanfänger in den ingenieurwissenschaftlichen Fächern dramatisch abgenommen haben.

TIMS-Studie stellte fest, dass:

*... „die potentiell leistungsstärksten deutschen Schüler ... im Vergleich mit Spitzenschülern europäischer Nachbarländer nicht bestehen (können)“.*

- Große gesellschaftliche Nachfrage nach akademisch gebildeten Mathematikern und Naturwissenschaftlern
- Schwierigkeiten der Studierenden in Mathematik beim Übergang von der Schule zur Hochschule
- Mangelnde Förderung des Nachwuchses in den Mathematik-Leistungskursen an Gymnasien



Lisa Sauermann (\*1992), Goldmedaillen bei der IMO 2008, 2009 und 2010:

*... „Die Schulmathematik vermittelt leider oft nur das Pauken unverstandener Lösungsmethoden spezieller Problemtypen. Was Mathematik wirklich ist, erfahren die meisten Schüler nicht einmal ansatzweise.“*

(MDMV 18/2010)



©Frank Sygusch

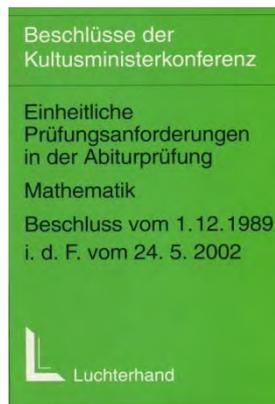
## 2. Erste politische Schritte zur Überwindung der Probleme

## Bildungsstandards der KMK



- Primarbereich (Kl. 4): Deutsch und Mathematik
- Hauptschulabschluss (Kl. 9): Deutsch, Mathematik und Erste Fremdsprache
- Mittlerer Schulabschluss (Kl. 10): Deutsch, Mathematik, Erste Fremdsprache, Biologie, Chemie und Physik
- Demnächst: Gymnasiale Oberstufe: Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung → Bildungsstandards

**Ziel:** Entwicklung und Überprüfung von Unterricht



## KMK-Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik

Empfehlungen dazu vom Juni 2008 von

- DMV – Deutsche Mathematiker-Vereinigung
- GDM – Gesellschaft für Didaktik der Mathematik
- MNU – Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts

**Ziel:** Umsetzung der KMK-Standards, d.h. Brücke zwischen dem Kompetenzprofil der angehenden Mathematiklehrkraft und den relevanten mathematischen Inhalten des Studiums schlagen.



## Auszug aus den Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik

### Funktionen und Analysis – Funktionales und infinitesimales Denken

Charakteristisch für die Analysis ist der systematisierende Umgang mit dem unendlich Kleinen (und Großen). Davon handeln die zentralen Begriffe Grenzwert, Ableitung und Integral. Sie handeln ebenso von der grundlegenden Idee des funktionalen Denkens. Beides – die Erfahrung des erfolgreichen Umgangs mit dem Unendlichen und die Erziehung zum funktionalen Denken – gehört zum Kern des allgemeinbildenden Werts der Analysis, begründet ihre breite Anwendbarkeit und trägt substantiell zu einem gültigen Bild der Mathematik als Kulturleistung bei.

<i>Bereiche</i>	<b>Kompetenzen bezogen auf Inhalte und Prozesse</b>	
	Die Studierenden	
<i>Funktionen</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ verwenden Abbildungen als universelles Werkzeug (z.B. Kongruenzabbildungen, Permutationen, Folgen) und beschreiben sie mit Hilfe charakterisierender Eigenschaften (z.B. Bijektivität)</li> <li>▪ arbeiten mit Funktionen in verschiedenen Darstellungen (Tabelle, Graph, Term) und unter verschiedenen Aspekten (Einsetzungs-, Veränderungs- und Objektaspekt)</li> <li>▪ erläutern inner- und außermathematische Situationen, in denen die Abhängigkeit von mehreren Variablen eine Rolle spielt</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ nutzen elementare Funktionen zur Beschreibung realer Prozesse und inner-mathematischer Zusammenhänge und erläutern grundlegende Eigenschaften (Monotonie, Umkehrbarkeit)</li> </ul>	
<i>Grenzwert</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ erläutern einen präformalen Grenzwertbegriff an tragenden Beispielen</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ beschreiben die Vollständigkeitseigenschaft der reellen Zahlen und erläutern ihre Bedeutung an Beispielen</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ definieren den Begriff des Grenzwerts für Folgen und Reihen sowie die Vollständigkeit der reellen Zahlen und verwenden diese Begriffe formal sicher</li> </ul>	
<i>Ableitung</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ interpretieren den Begriff der Ableitung als lokale Änderungsrate und setzen ihn in Anwendungszusammenhängen ein</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ interpretieren die Ableitung als Instrument der lokalen Linearisierung</li> </ul>	



## 2. Resolution der Vollversammlung der IHK Braunschweig zum Projekt „Notstand in Mathematik“ vom 26.04.2010 (Auszug)

- 1.4 Im Fach Mathematik muss ... dauerhafte Wissensvermittlung sichergestellt werden. ... Deshalb fordert die IHK mindestens **5 wöchentliche Unterrichtsstunden im Fach Mathematik** in der Sekundarstufe I bei gleichzeitiger Verminderung der Zahl der Unterrichtsstunden in anderen Fächern.
- 1.6 Um technisch und/oder naturwissenschaftlich interessierte Schülerinnen und Schüler auf ein Studium in den so genannten MINT-Fächern vorzubereiten, ist an der Gymnasialen Oberstufe ... **eine Einführung in wissenschaftliches Arbeiten** erforderlich ... **ist wieder ein echter Mathematik-Leistungskurs** mit mindestens fünf Wochenstunden einzuführen („Nicht von allen möglichst das Gleiche fordern, sondern das Leistungsprinzip wieder beachten“).

## Es bedarf einer institutionalisierten Kommunikationsstruktur zwischen

- Schule
- Hochschule
- Bildungsadministrationen der Länder
- Kultusministerkonferenz
- Berufsverbänden  
(u.a. DMV, GDM, MNU)



**Erste Schritte zum Aufbau einer solchen Kommunikationskultur sind erfolgt**

### 3. Grundlegende Leitlinien zum Mathematikunterricht in Deutschland

## **Grunderfahrungen nach H. Winter (1995)**

Der Mathematikunterricht ist dadurch allgemeinbildend, dass er drei Grunderfahrungen ermöglicht:

- (G1) Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- (G2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
- (G3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.

## **Prozessbezogene Kompetenzen gemäß KMK: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss (2003)**

- P1 Argumentieren
- P2 Problemlösen
- P3 Modellieren
- P4 Darstellungen verwenden
- P5 Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden
- P6 Kommunizieren

## **Inhaltsbezogene Kompetenzen gemäß KMK: Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik (EPA, 2002)**

- I1 Leitidee Funktionaler Zusammenhang
- I2 Leitidee Grenzprozesse/Approximation
- I3 Leitidee Modellieren
- I4 Leitidee Messen
- I5 Leitidee Algorithmus
- I6 Leitidee Räumliches Strukturieren/Koordinatisieren
- I7 Leitidee Zufall

## 4. Erwartungen von Seiten der Hochschule

## Allgemeine Fähigkeiten und Arbeitshaltungen

- Selbstorganisation
- Selbsteinschätzung
- Anstrengungsbereitschaft
- Durchhaltevermögen

Dies sind erfahrungsgemäß keine einfachen Forderungen

## Inhaltsbezogene Fähigkeiten

- Sprachlich-logische Fähigkeiten
- Solide formale Rechenfertigkeiten (Bruchrechnung, Prozentrechnung, Potenzrechnung, Termumformung, ...)
- Beweisnotwendigkeit erkennen, Beweisen
- Kenntnisse über elementare Funktionen (Potenzfkt., ganzrat. Fkt., trig. Fkt., Exp.- und Log-Fkt.)

## Inhaltsbezogene Fähigkeiten (Fortsetzung)

- Sprachlich-logische Fähigkeiten

P1, P6, G3

- Solide formale Rechenfertigkeiten (Bruchrechnung, Prozentrechnung, Potenzrechnung, ...)

P5, G2

- Beweisnotwendigkeit erkennen, Beweisen

P1, G2

- Kenntnisse über elementare Funktionen (Potenzfkt., ganzrat. Fkt., trig. Fkt., Exp-, Log-Fkt.)

P3, P4, I1, I3, G1, G2

## Inhaltsbezogene Fähigkeiten (Fortsetzung)

- Grundkenntnisse über Approximationsverfahren (reelle Zahlen, Nullstellenberechnungen, Flächeninhaltsberechnungen, ...)
- Grundkenntnisse über die mathematische Modellierung, insbesondere zufälliger Erscheinungen
- Elementargeometrische Kenntnisse und Wissen darüber, wie man geometrische Probleme algebraisiert und umgekehrt

## Inhaltsbezogene Fähigkeiten (Fortsetzung)

- Grundkenntnisse über Approximationsverfahren (reelle Zahlen, Nullstellenberechnungen, Flächeninhaltsberechnungen, ...)

P5, I2, G2

- Grundkenntnisse über die mathematische Modellierung, insbesondere zufälliger Erscheinungen

P3, I1 bis I7, G1, G2

- Elementargeometrische Kenntnisse und Wissen darüber, wie man geometrische Probleme algebraisiert und umgekehrt

P4, P5, I1, I6, G1, G2, G3

## 5. Konkrete Lösungsansätze

## ■ Fokus Lehrperson

- Lehrerausbildung
- Lehrerfortbildung



© Heike Zappe

## ■ Fokus Lehrperson

- Lehrerausbildung
- Lehrerfortbildung



© Heike Zappe

## ■ Fokus Begabungen

- Kooperation Schule – Hochschule



## Lehrerausbildung

### Ziel: Doppelte Diskontinuität überwinden



Felix Klein (1908): „Der junge Student sieht sich am Beginn seines Studiums vor Probleme gestellt, die ihn in keinem Punkt mehr an die Dinge erinnern, mit denen er sich auf der Schule beschäftigt hat [...] Tritt er aber nach Absolvierung des Studiums ins Lehramt über, so soll er plötzlich eben diese herkömmliche Elementarmathematik schulmäßig unterrichten; da er diese Aufgabe kaum selbständig mit seiner Hochschulmathematik in Zusammenhang bringen kann, so wird er in den meisten Fällen recht bald die althergebrachte Unterrichtstradition aufnehmen und das Hochschulstudium bleibt ihm nur eine mehr oder minder angenehme Erinnerung, die auf seinen Unterricht kaum einen Einfluss hat.“

## Lehrerausbildung

### Ziel: Sinngebung

René Thom (1973): "The real problem which confronts mathematics teaching is not that of rigour, but the problem of the development of 'meaning', of the 'existence' of mathematical objects."



(in A. G. Howson, ed.: *Developments in Mathematical Education*, p. 202. *Proceedings of the Second International Congress on Mathematical Education*, Cambridge, Cambridge University Press, 1973)

## Deutsche Telekom Stiftung fördert Projekte

### Mathematik Neu Denken

- Universitäten Gießen und Siegen, 2005 bis 2008
- Neuorientierung der Ausbildung von Gymnasiallehrern: stärkere Orientierung an der Praxis
- A. Beutelspacher, R. Danckwerts
- Ergebnisse als Buch Ende 2011



## Deutsche Telekom Stiftung fördert Projekte

### Mathematik Besser Verstehen

- Universität Duisburg-Essen, 2009 bis 2012
- Verbesserung des Grundstudiums von Gymnasiallehrern:  
zielgruppengerechte Umgestaltung der Seminar- und  
Übungsveranstaltungen
- L. Hefendehl-Hebeker, G. Böckle



## Deutsche Telekom Stiftung fördert Projekte

### MINT-Lehrerbildung neu denken!

- FU Berlin, 2010 bis 2013
- Reform der Studieneingangsphase
- Integration der Schülerlabore in die Lehrerausbildung
- Neukonzeptionierung eines Studiengangs „Integrierte Naturwissenschaften“ für Lehramtsstudierende im Bereich der sechsjährigen Berliner Grundschule
- V. Nordmeier



## Deutsche Telekom Stiftung fördert Projekte

### dortMINT-Projekt

- TU Dortmund, 2010 bis 2013
- Verankerung des Themenfeldes  
„Diagnose und Individuelle Förderung“  
in zentralen Bereichen der Lehramtsausbildung
- Fachübergreifende Weiterentwicklung der  
fachdidaktischen Ausbildung
- Zentrale MINT-Werkstatt als Anlaufstelle für  
alle Lehramtsstudierenden
- S. Hußmann, C. Selter



## Deutsche Telekom Stiftung fördert Projekte

### Humboldt-ProMINT-Kolleg

- HU Berlin, 2010 bis 2013
- 7 Arbeitsgruppen mit jeweils
  - 1 Vertreter/in der Fachdidaktik,
  - 1 abgeordnete/r Lehrer/in,
  - 1 Doktorand/in,
  - 1 studentische Hilfskraft
- Vernetzungen zwischen den MINT-Fächern Mathematik, Grundschulpädagogik, Informatik, Physik, Chemie, Biologie und Sachunterricht über die Schulstufen hinweg
- Vernetzungen am Wissenschafts- und Wirtschaftsstandort Adlershof
- L. Schön, J. Kramer



## Deutsche Telekom Stiftung fördert Projekte



## TUM SCHOOL OF EDUCATION

- TU München, 2010 bis 2013
- Auf- und Ausbau von Schülerforschungszentren
- Nachwuchsausbildung in Fachdidaktik und Bildungsforschung
- K. Reiss, H. Prenzel



## Deutsche Telekom Stiftung fördert Projekte

### Mathematik Anders Machen

- Universität Duisburg-Essen, Humboldt-Universität zu Berlin, 2006 bis 2010
- Lehrerfortbildungsprojekt mit Tandem-Konzept
- kundenorientiert, bundesweit und vor Ort
- J. Kramer, G. Törner
- Ab 2010 Fortsetzung im Projekt „Mathematics teacher training initiative“ des DFG-Forschungszentrums MATHEON „Mathematik für Schlüsseltechnologien“



$$2x^2+z^2=y^3(y-1)^3+3$$

Mathematik.de

Begabtenförderungseinrichtungen

## Berliner Netzwerk mathematisch-naturwissenschaftlich profilierter Schulen

- Zielvereinbarung mit dem Berliner Senat 2001
- 4 Berliner Gymnasien
- Evaluation des Projektes durch das Institut für Psychologie der HU Berlin, gefördert im NIL-Programm des BMBF



<http://www.mathematik.de/ger/schule/begabtenfoerderung/karte.html>

Suche

Begrüßung  
Information  
Mathematik erleben  
Erste Hilfe  
Mathematik in den Medien  
Schule  
Begabtenförderung  
Spuren der Mathematik  
Hochschule & Beruf  
Links

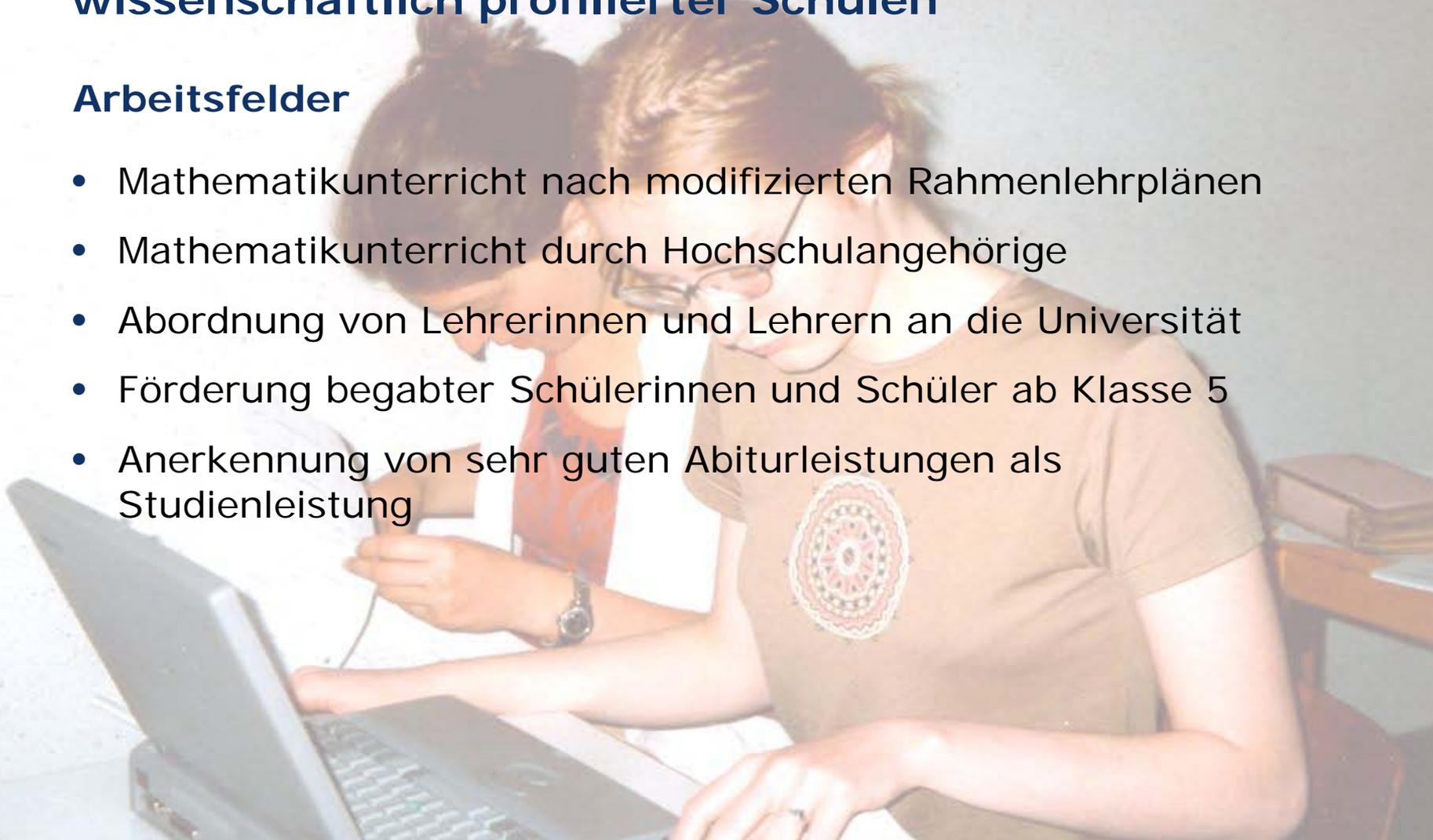
Druckversion

Artikel vom 19.07.2010

## Berliner Netzwerk mathematisch-naturwissenschaftlich profilierter Schulen

### Arbeitsfelder

- Mathematikunterricht nach modifizierten Rahmenlehrplänen
- Mathematikunterricht durch Hochschulangehörige
- Abordnung von Lehrerinnen und Lehrern an die Universität
- Förderung begabter Schülerinnen und Schüler ab Klasse 5
- Anerkennung von sehr guten Abiturleistungen als Studienleistung



## Sommerschulen „Lust auf Mathematik“

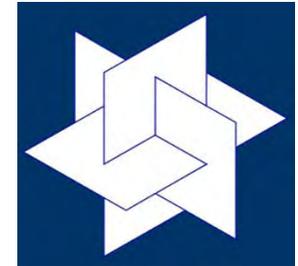


- Sommerschulen seit 2001
- je 36-38 Schülerinnen und Schüler der Netzwerkschulen
- je 4-6 Lehrerinnen und Lehrer aus den Netzwerkschulen
- je 6-7 Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler

## Application Area „Education“ des MATHEON

DFG fördert Mathematikunterricht

- Teachers at university
- Current mathematics at schools



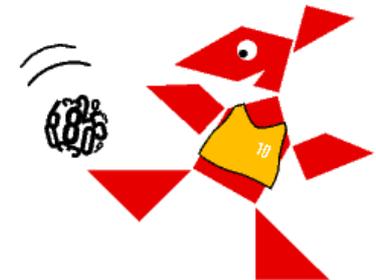
## Mathematische Schülersgesellschaft „Leonhard Euler“

- Wöchentliche Zirkel an der Universität für Schülerinnen und Schüler der Klassen 7 bis 13
- Seit 2005 auch für Schülerinnen und Schüler der Klassen 5 und 6



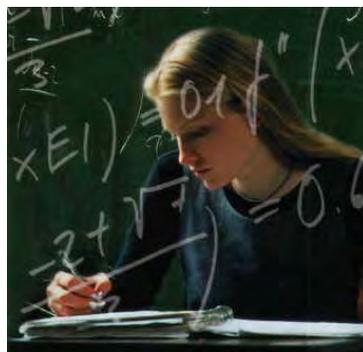
## Känguru-Wettbewerb

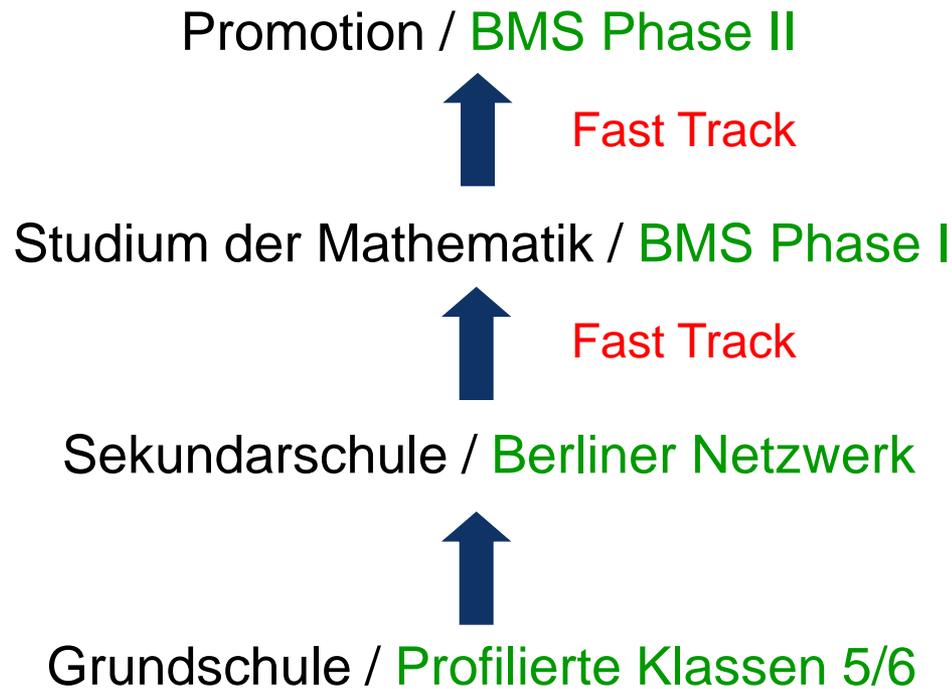
- Mit Unterstützung des Instituts für Mathematik der HU Berlin
- Klassenstufe 3 bis 13
- Teilnehmerzahlen:  
von 184 im Jahre 1995 auf > 824.000 im Jahre 2010

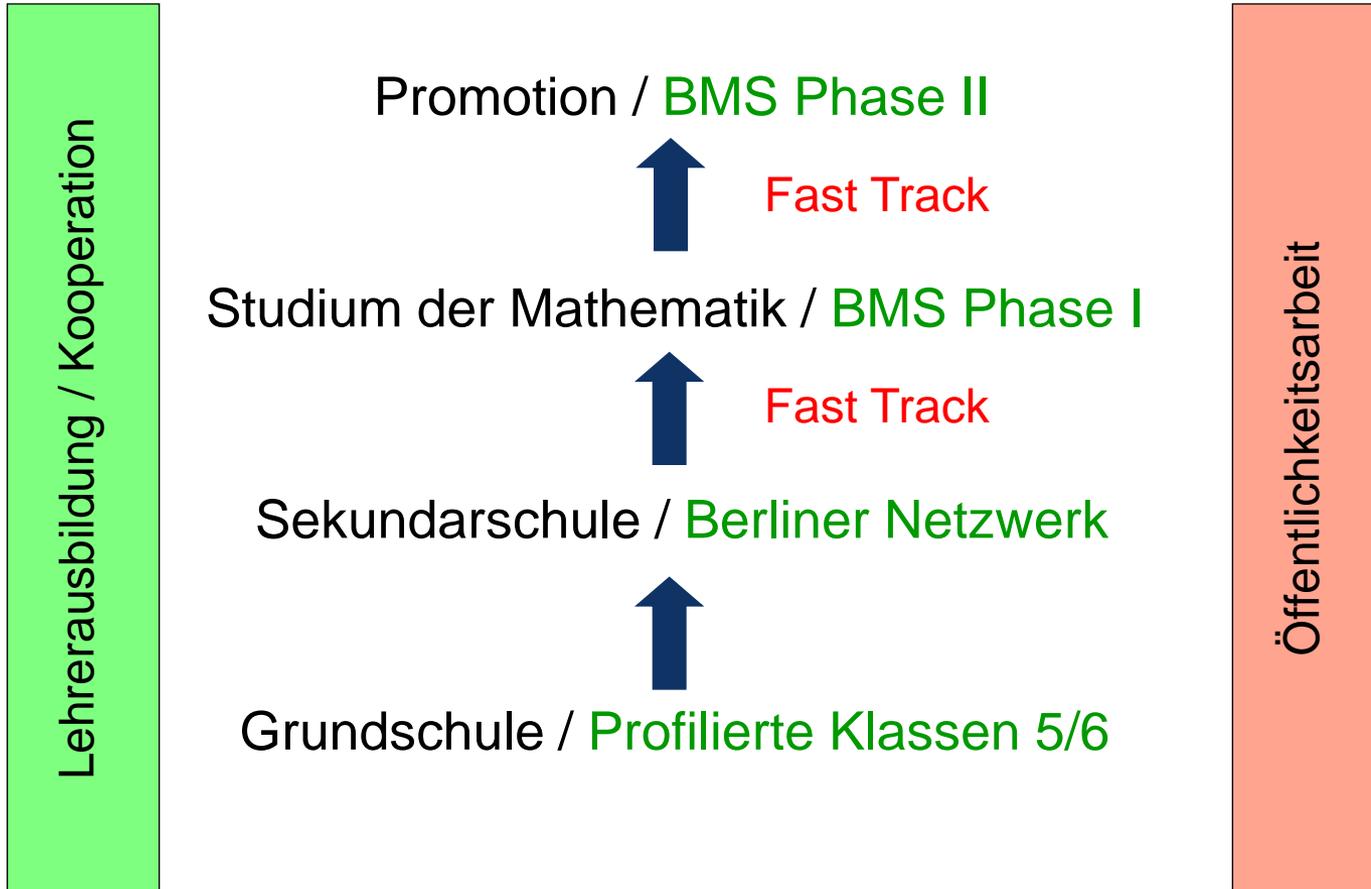


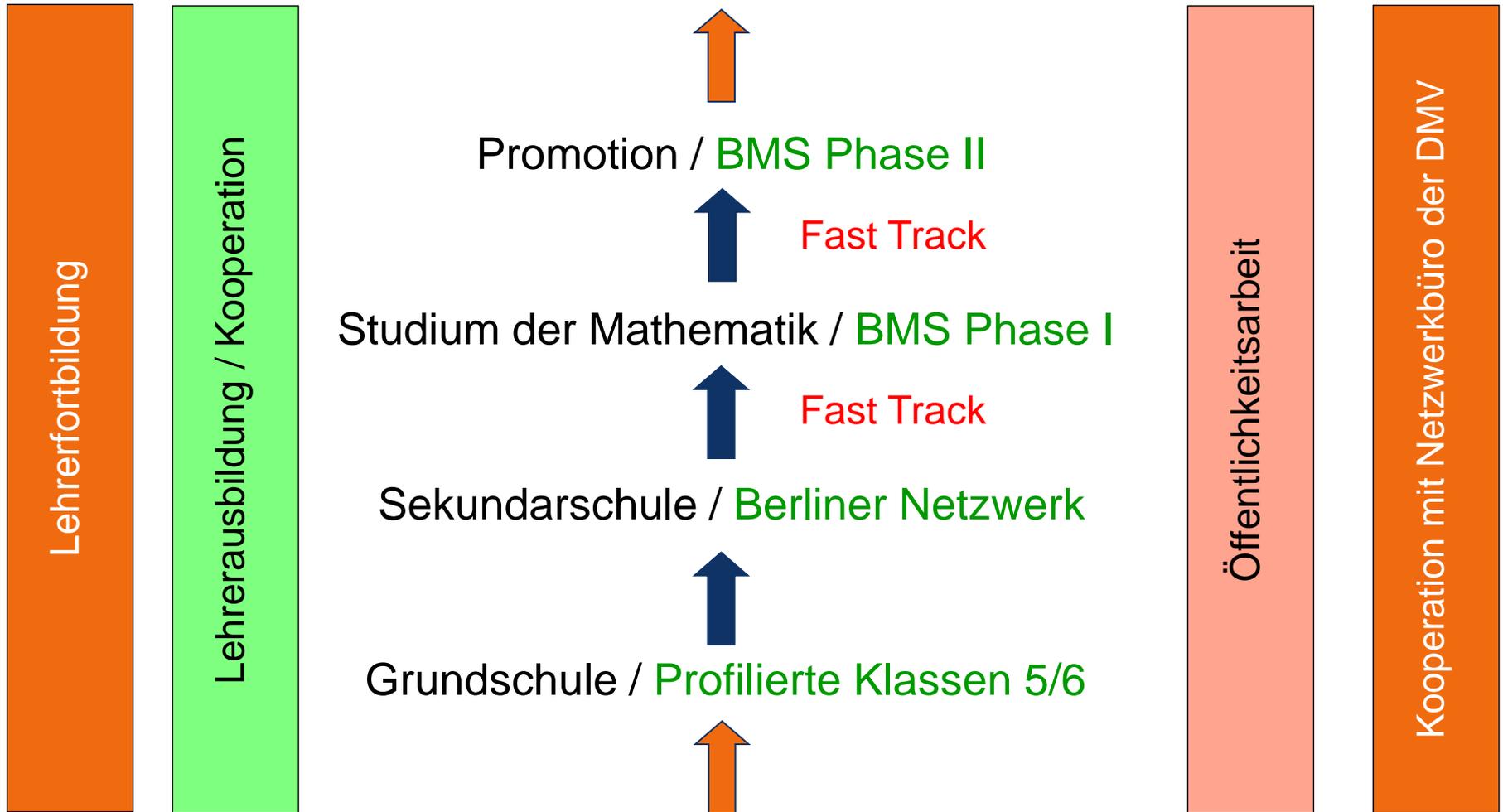
## 6. Vision

## Förderung vom Kindergarten bis zur Graduiertenschule und darüber hinaus









Vielen Dank für  
Ihre Aufmerksamkeit