

Populationsdynamik im Computer simuliert

Die Grösse einer **Population** in einem **Ökosystem** hängt von zahlreichen **abiotischen** und **biotischen Faktoren** ab, die meist auf komplexe Art und Weise zusammenwirken: einerseits können vergleichsweise winzige Ursachen grosse Veränderungen hervorrufen und andererseits pendeln manche Ökosysteme auch nach massiver Störung in ihren ursprünglichen Zustand zurück.

Auf Grund dieser Komplexität ist das Verhalten einer Population in einer natürlichen Umwelt kaum voraussagbar (z.B. wird seit Jahren eher erfolglos versucht, die starken Schwankungen der Fischbestände im Bodensee zu verstehen, um durch Gegenmassnahmen die Fischereierträge zu sichern.)

In vielen Fällen ist es aber dennoch möglich, Populationsschwankungen zumindest im Nachhinein im Rechner zu simulieren und anhand von Modellrechnungen besser zu verstehen. Zudem geben idealisierte Computermodelle einen Einblick in die Grundlagen der Populationsdynamik.

Überblick über die Aufgaben

Mit Hilfe der Tabellenkalkulation (Excel) wird die Entwicklung von Populationen unter verschiedenen Bedingungen simuliert. Dafür stehen vorgefertigte Tabellen mit zugehöriger Grafik auf der SPF-Partition der KSK-Homepage zur Verfügung.

Als Zusatzaufgabe wird die Entwicklung der menschlichen Bevölkerung während der Zeit am Computer im Hintergrund verfolgt.

Zunächst wiederholen wir aber einige Grundlagen:

1. Wie lautet jeweils die Definition:

– biologische Art (Spezies)

– Population

– Ökosystem

2. Welche Möglichkeiten der interspezifischen Interaktion, die man mit $+/+$, $+/-$ und $-/-$ bezeichnen kann gibt es jeweils:

$+/+$

$+/-$

$-/-$

3. Was bedeutet exponentielles Wachstum?

Computersimulationen

I. Entwicklung der menschlichen Weltbevölkerung

Niemand kann genau die Anzahl an Menschen zählen, die aktuell existieren. Um dennoch eine Vorstellung über die Anzahl zu bekommen wurden Computermodele entworfen, die die Entwicklung hochrechnen und so einen ungefähren Überblick erlauben.

Auf der KSK-Homepage sind drei Modelle verlinkt, die laufend den aktuellen Wert ermitteln.

Aufgabe

1. Öffne alle drei Seiten und trage jeweils die Anzahl und die Ableszeit in die Tabelle ein. Lasse die Fenster im Hintergrund geöffnet.
2. Trage am Ende der Lektion ebenfalls Anzahl und Ableszeit in die Tabelle unten ein.
3. Kalkuliere als Hausaufgabe den Zuwachs der Bevölkerung pro Tag:
 - für jedes Modell und
 - den Durchschnitt,
 - sowie die Werte pro Woche, Monat und Jahr.
4. Vergleiche die Entwicklung der Weltbevölkerung mit der Schweizer Bevölkerung.

Modell	<i>ibiblio.org</i>		<i>poodwaddle</i>		<i>Worldometer</i>	
	Zeit	Anzahl Menschen	Zeit	Anzahl Menschen	Zeit	Anzahl Menschen
Anfang						
Ende						
Differenz						
Zuwachs pro Stunde						

Durchschnittswerte des Zuwachses

pro Stunde	
pro Tag	
pro Monat	
pro Jahr	

Bev. der Schweiz	
------------------	--

II. Wachstum und Entwicklung von Populationen unter verschiedenen Bedingungen

Auf der KSK-Homepage sind zwei Dateien hinterlegt, mit denen auf der Basis der Excel-Tabellenskalkulation (a) das Wachstum von Populationen und (b) die Entwicklung von Räuber-Beute Populationen simuliert werden kann.

Aufgaben

1. Lade die beiden Dateien herunter, trage jeweils Titel und Name ein und speichere sie im eigenen Verzeichnis ab.
2. Variiere die verschiedenen Parameter (graue Felder) und betrachte, inwiefern sich die Populationen unterschiedlich entwickeln.
3. Speichere interessante Ergebnisse ab (Titel anpassen nicht vergessen).

1. Wachstum von Populationen

Die wesentlichen Kennzahlen für die Entwicklung einer Population sind:

N = Anzahl an Individuen (N_0 = Anfangswert; N_1, N_2, N_n Anzahl nach 1, 2, n Generationen)

b = Natalität (Geburtenrate)

d = Mortalität (Sterberate)

$r = b - d$ = Wachstumsrate

K = Tragkapazität der Umwelt

Exponentielles Wachstum

Unter günstigen Bedingungen wächst eine Population mit **konstanter Wachstumsrate** (genau so wie ein Bankguthaben durch Zins und Zinseszins wächst). Diese Art des Wachstums heisst **exponentiell**.

Von einer Generation N_0 zur nächsten Generation N_1 gilt daher:

$$(1) \quad N_1 = N_0 + r \cdot N_0 = (1 + r) \cdot N_0$$

Bei $r > 0$ nimmt die Individuenzahl stetig zu, bei $r < 0$ nimmt sie stetig ab.

Mathematisch ausgedrückt beträgt die Veränderung der Individuenzahl dN in einem Zeitabschnitt dt

$$(2) \quad \frac{dN}{dt} = r \cdot N \quad \left(dN \text{ und } dt \text{ sind mathematische Ausdrücke für unendlich kleine Abschnitte von } \Delta N \text{ bzw. } \Delta t \right)$$

Zwischenfrage: Die Weltbevölkerung wächst seit einiger Zeit hyperexponentiell. Was bedeutet das?

Logistisches Wachstum

Exponentielles Wachstum ist nur für begrenzte Zeit möglich, da Ressourcenknappheit, Krankheiten, Räuber und andere Einflüsse die Wachstumsrate r mit steigender Populationsgrösse solange verringern bis $r = 0$ ist. Die Populationsgrösse hat dann die **Tragkapazität K** des Lebensraumes erreicht.

Unter der Annahme, dass r linear abnimmt (das wird erreicht durch den Korrekturfaktor $\left(1 - \frac{N}{K}\right)$) gilt für den Populationszuwachs die folgende Beziehung

$$(3) \quad \frac{dN}{dt} = \left(1 - \frac{N}{K}\right) \cdot r \cdot N$$

Von einer Generation N_0 zur nächsten Generation N_1 gilt daher:

$$(4) \quad N_1 = N_0 + r \cdot \left(1 - \frac{N_0}{K}\right) \cdot N_0$$

Die Wachstumskurve flacht dabei zusehends ab und nähert sich asymptotisch der Tragkapazität K . Der Kurvenverlauf erinnert an ein grosses Sigma \int und heisst daher **sigmoid**.

r ist abhängig von der Populationsdichte, d.h. je mehr sich N an K annähert ist desto kleiner wird r .
 K ist unabhängig von der Populationsdichte und wird z.B. vom Klima beeinflusst.

Zwischenbemerkung: Bei der Fortpflanzung gibt es sogenannte K- und r-Strategen. Erstere, vorwiegend grosse Organismen, haben wenige Nachkommen, betreuen diese sehr lange und sind langlebig, um in einer dicht bevölkerten, stabilen Umwelt den Fortbestand der Nachkommen zu sichern. r-Strategen vermehren sich unter günstigen Bedingungen dagegen explosionsartig, haben viele Nachkommen und hohe Sterberaten. Sie leben meist in einem instabilen Lebensraum.

Besonderheiten des Rechenmodells

- Das Modell enthält zwei Populationen (**A** und **B**), für die jeweils eigene **Wachstumsraten** und Anfangsgrössen eingegeben werden können.
- Die Werte für aufeinanderfolgende Generationen stehen zeilenweise untereinander. Das Modell rechnet die Populationsgrössen für 500 aufeinanderfolgende Generationen.

- Bei der Eingabe der Anfangswerte **ist zu beachten**, dass nur „ganzzahlige Nachkommen“ berücksichtigt werden. Das heisst, eine Anfangspopulation von 10 Individuen hätte bei einer Wachstumsrate von 5% nur 0.5 Nachkommen. Solch ein Wert wird bei der Folgegeneration ignoriert. Bei 5% Wachstum muss die Anfangspopulation somit grösser als 20 sein, bei 1% grösser als 100 etc.
- Die **Tragekapazität K** bezieht sich auf die Summe der beiden Populationen. Das Modell kann mit **konstantem K** rechnen (unnatürlich) oder mit **schwankendem K** (entspricht eher natürlichen Verhältnissen). Im letzteren Fall schwankt die Populationsgrösse zufällig zwischen $\frac{1}{4} K$ und K , wobei der Wert für 5 aufeinanderfolgende Generationen konstant gehalten wird.
- Für jede Population kann ein **Verdrängungsfaktor** eingegeben werden. Dadurch wird (partielle) **Konkurrenz** simuliert. *Beispiel:* Bei einer Populationsgrösse von 1000 und einem Verdrängungsfaktor von 0.01 werden $1000 \cdot 0.01 = 10$ Individuen der anderen Population verdrängt.

Titel...																																																			
Name																																																			
07.12.08																																																			
			Pop A			Pop B																																													
Wachstumsrate																																																			
Verdrängung																																																			
logistisch/exponentiell			<input type="checkbox"/>																																																
K konstant/variabel			<input checked="" type="checkbox"/>																																																
<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Generation</th> <th colspan="3">Population A</th> <th colspan="3">Population B</th> <th rowspan="2">A+B</th> <th rowspan="2">K</th> </tr> <tr> <th>Pop A</th> <th>Nachk</th> <th>Verdr</th> <th>Pop B</th> <th>Nachk</th> <th>Verdr</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>										Generation	Population A			Population B			A+B	K	Pop A	Nachk	Verdr	Pop B	Nachk	Verdr	0	1	0	-	1	0	-	2	1	1	1	0	0	1	0	0	2	1	2	1	0	0	1	0	0	2	1
Generation	Population A			Population B			A+B	K																																											
	Pop A	Nachk	Verdr	Pop B	Nachk	Verdr																																													
0	1	0	-	1	0	-	2	1																																											
1	1	0	0	1	0	0	2	1																																											
2	1	0	0	1	0	0	2	1																																											

Eingabe:

- Eingaben sind nur möglich bei Titel..., Name sowie in den grauen Feldern.
- **ACHTUNG:** je nach Einstellung verlangt Excel einen Punkt oder ein Komma als Dezimalteiler (in der Kanti normalerweise ein Punkt).

2. Räuber-Beute Modell

Wo Luchs und Hase sich gute Nacht sagen!

Aus der Menge an Luchs- und Schneehasenfallen, die die Hudson Bay Company in Neufundland im 19. und 20. Jahrhundert im Verlauf von 90 Jahren von Trappern aufgekauft hat, entstand das erste Modell zu Räuber-Beute Beziehungen. Es wird nach seinen Entwicklern, den Mathematikern A.J. Lotka und V. Volterra, **Lotka-Volterra-System** genannt und beinhaltet die folgenden Kernaussagen:

1. Die Populationsdichten von Räubern und ihren Beutetieren schwanken periodisch und sind dabei zeitlich gegeneinander versetzt.
2. Die Dichte jeder Population schwankt um einen Mittelwert.
3. Eine Zunahme der Beutepopulation erhöht den Räuberbestand wodurch wiederum mehr Beutetiere gerissen werden, was dann die Futtermenge und damit auch die Räuber reduziert. Eine gleich starke Verminderung der Räuber- und Beutedichte führt dazu, dass sich die Beutepopulation schneller erholt.

Das Lotka-Volterra Modell wurde an vielen anderen Tierarten im Labor bestätigt. Es ist es aber nur dann in seiner Reinform gültig, wenn ein Räuber nur eine Beuteart hat, wenn die Beute nur von einer Räuberart gefressen wird, wenn die Beutedichte nicht massgeblich von anderen Faktoren (z.B. Futter) abhängt, und wenn die Räuber nicht selbst Beute anderer Räuber sind. In der Natur ist dies nur selten der Fall, wie z.B. in Neufundland, wo es nur 14 einheimische Säugetierarten gibt.

Die einfache Form des Lotka-Volterra Modells beruht auf den folgenden Zusammenhängen:

H = Anzahl der Hasen

r_H = Wachstumsrate der Hasenpopulation (ohne Luchse)

f_L = Faktor, der die Such- bzw. Fangeffizienz der Luchse widerspiegelt → Reduktion der Hasenzahl

L = Anzahl der Luchse

e_L = Effizienz, mit der die Luchse die Nahrung in Nachkommen umsetzen

d_L = Sterberate der Luchse (unabhängig von der Beutemenge, führt zu exponentieller Abnahme)

$H \cdot L$ repräsentiert die Anzahl an Begegnungen, die für das Reissen der Beute ja nötig sind.

Die Entwicklung der Hasenpopulation hängt von folgenden Werten ab:

Zunahme:	$H \cdot r_H$	Annahme, dass ohne Luchse exponentielles Wachstum stattfindet
Abnahme:	$H \cdot L \cdot f_L$	Anzahl an Begegnungen · Fangeffizienz

Für die Entwicklung der Hasenpopulation von einer Generation H_0 zur nächsten H_1 gilt daher:

$$(5) \quad H_1 = H_0 + H_0 \cdot r_H - H_0 \cdot L \cdot f_L$$

Die Entwicklung der Luchspopulation hängt von folgenden Werten ab:

Zunahme:	$L \cdot H \cdot f_L \cdot e_L$	Anzahl an Begegnungen · Fangeffizienz · Vermögen der Luchse die Beute in Nachkommen umzusetzen. Das bedeutet, dass die Wachstumsrate wesentlich von der Menge der Beutetiere abhängt, und diese wiederum bestimmt die Anzahl von Begegnungen.
Abnahme:	$L \cdot d_L$	Annahme, dass die Luchspopulation ohne Futter exponentiell abnimmt. Dieser Wert ist unabhängig von der Beutepopulation.

Für die Änderung der Luchspopulation von einer Generation L_0 zur nächsten L_1 gilt somit:

$$(6) \quad L_1 = L_0 + L_0 \cdot H \cdot f_L \cdot e_L - L_0 \cdot d_L$$

Beginne die Simulation mit den folgenden Werten:

$$\begin{array}{llll} H_0 = 500 & r_H = 0.10 & & \\ L_0 = 100 & f_L = 0.001 & e_L = 0.05 & d_L = 0.01 \end{array}$$