

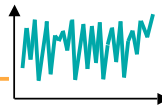
Mathematik & Lebenswissenschaften

- eine moderne Kombination,
die sich in der Schule nutzen lässt



Barbara Hellriegel
Anthropologisches Institut & Museum
Universität Zürich

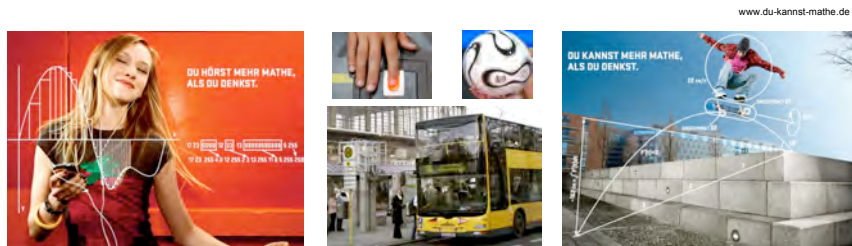
Mathematik ist überall!



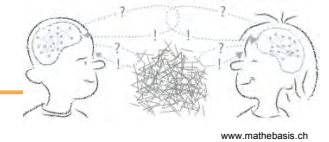
Die Mathematik ist nicht so "losgelöst vom allem" und unnahbar

- wie die Leute meinen
- wie sie sich zum Teil selbst präsentiert

-> Das ist eine Chance, die sich für die Schule nutzen lässt



Lernen heisst Vernetzen

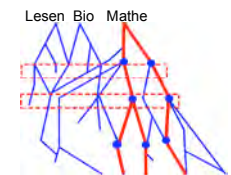
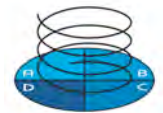
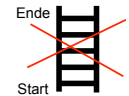


- neurologische Verknüpfungen im Gehirn bilden

- an das anknüpfen, was man schon weiss

zentrale Annahmen über Lernen (Neurophysiologie):

- aktiver, selbstbezoglicher und individueller Prozess
- knüpft bei persönlichen Vorerfahrungen an
- erzeugt ein sich mehr und mehr erweiterndes Netz an Know-how



Prof. Barbara Hellriegel 2

- Verbindungen zwischen Fachgebieten herstellen

- sich mit anderen über Gelerntes austauschen

Überblick

- Beispiele für mögliche Kurs-Formen

Aufbau und Ergebnisse

- Motivation, Ideen, Herangehensweisen

Einstieg, Beispiele und verblüffende Parallelen

- Umsetzung am Computer

STELLA, vergleichbare Freeware und Excel

Einführung i. d. evolutions- u. populations-ökolog. Modellierung

Kurs-Formen

- als Teil des **Ökologie-Kurses** (fortgeschr. Studierende):
3 Vorlesungstermine + 1 Praktikumstag
- **3-tägige Fortbildungsveranstaltung** (Doktorierende, Postdocs)
3 Vorlesungen von 3 Dozenten/in + eigenes / Wahl-Projekt
- **1-wöchiger Blockkurs** (fortgeschr. Stud., Doktorierende, PD, Assist.-Prof)
3 Vorlesungen + Artikel-Diskussion + eigenes Projekt



Prof. Barbara Hellriegel 5

Block-Kurs: Einführung i. d. evolutions- u. populations-ökolog. Modellierung

	Mo 6.9.	Di 7.9.	Mi 8.9.	Do 9.9.	Fr 10.9.
9-11	VL PopDyn	VL EvolSpielTh	Artikel- diskussion	Kurztest (45 min)	eigenes Projekt
11-12	STELLA- Tutorial	STELLA- Übungen	eigenes Projekt	eigenes Projekt	
12-13	Mittag	Mittag	Mittag	Mittag	Mittag
13-14	VL Räuber- Beute	STELLA- Übungen + Kurzpräsent.	eigenes Projekt	eigenes Projekt	Vorträge (20 +10 min)
14-15					
15-16	STELLA- Einführung	Motivation Projekte			
16-17	Besprechg.	Artikel lesen	Repetition + Besprechg.	Besprechg. + Vortragstipps	

Leistungsprüfung:
- **Kurztest** (Donnerstagmorgen)
- **Vortrag über das eigene Modellierprojekt** (Freitagnachmittag)

Vorlesungsbeginn: Punkt(!) 9 Uhr, Präsenz-Zeit 9-17 Uhr, Arbeitszeit ca. 7,5-8h pro Tag

Prof. Barbara Hellriegel 6

Lernziele des Kurses

- **Vorlesungen:**
 - Einführen in die Verwendung mathemat. Modelle i. d. Biologie
 - Interesse wecken für die Stärken mathematischer Herangehensweisen
- **Artikel-Diskussion:**
 - Eigenständiges Erarbeiten eines theoretischen Artikels
 - die Formeln lesen lernen (Mathematik als exakte Sprache)
- **Projektarbeit:**
 - Interessante u. sinnvolle Fragestellung präzise formulieren
 - Umsetzung der Fragestellung in ein geeignetes Modell
 - Exploration des Modells und Interpretation seiner Ergebnisse
- **Vortrag:**
 - Klare Präsentation des Modells und Diskussion seiner Ergebnisse

Pluspunkte: Selbständigkeit, Originalität, Analytische Resultate

Prof. Barbara Hellriegel 7

Ergebnisse des Kurses

BIO 209 „Evolutionary Modeling in Prehistory“

Räuber-Beute und Konkurrenz Modell

Gepard - Löwe - Antilope

Sigrid Meyer und Michaela Pfaller

Invasive Arten: das Marienkäferproblem

Siebenpunkt-Marienkäfer (Coccinella septempunctata)

Asiatischer Marienkäfer (Harmonia axyridis)

Dreier-Beziehung

Algen - Daphnien - Guppies

How do a mainland and an island mockingbird population develop with an ectoparasite?

BIO 379

supervised by Barbara Hellriegel
Michele Wegmann

Ergebnisse des Kurses

Antibiotikaresistenz

Was bewirkt der Verzehr von Antibiotika verseuchtem Fleisch?

Veronica Preite & Bettina Streuli



Modellierung einer Epidemieausbreitung

am Beispiel SARS (Schweres akutes Atemwegssyndrom)

Anthropologisches Institut, Kurs BIO 209

Fabienne Klaus
Thomas Hauser



Modell der Gelenkwinkel beim vertikalen Klettern der Hominoidea

Kurs BIO209, Teil 2
Karin Isler, 1.7.2005



Cultural Transmission

- zwei Modelle zu sozialem Lernen

Andrea Strasser und Laura Damerius

Blockkurs: Evolutionary modeling in primatology

Ergebnisse des Kurses

KOLONIALGESCHICHTE NORDAMERIKAS



Kann man Feuer mit Feuer bekämpfen?

Interaktionen zwischen Mensch-, Vampir- und Werwolfpopulationen

Mario Aschmann
Sofia Grize

Betreuerin:
Barbara Hellriegel,
BIO379 2009, Universität Zürich




Prof. Barbara Hellriegel 10

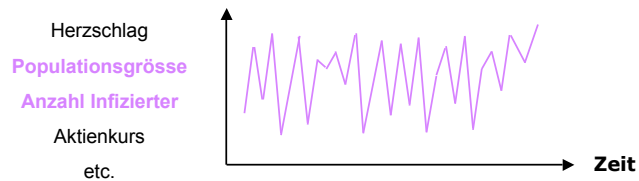
Motivation
Ideen
Herangehensweise

Berühmte Zeitreihe aus der Biologie



Prof. Barbara Hellriegel 12

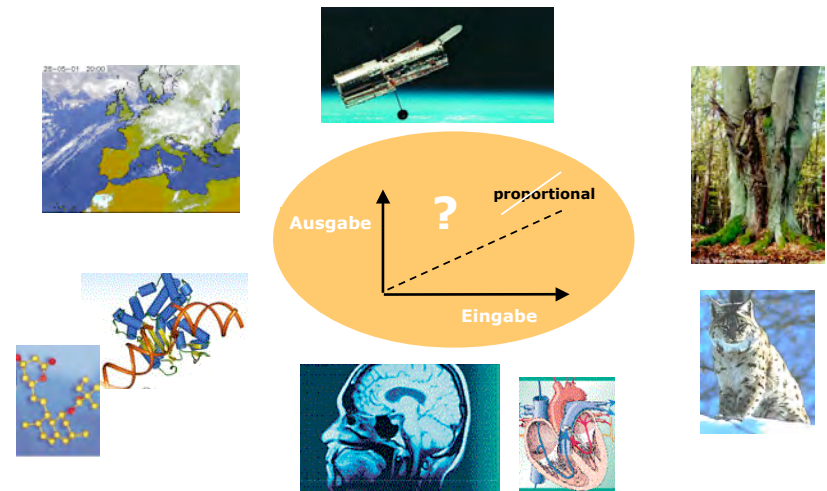
Empirische Zeitreihen und allgemeine Fragen



- Lässt sich die zukünftige Entwicklung vorhersagen?
- Welche Faktoren beeinflussen den Kurvenverlauf?
Sind z.B. Interaktionen mit anderen Arten wichtig?
- Bleiben die Schwankungen innerhalb gewisser Schranken?
- Stellt sich ein Gleichgewicht ein oder treten z.B. Zyklen auf?
- Kann das System in die Nähe der Nulllinie geraten oder zusammenbrechen?

Prof. Barbara Hellriegel 13

Natürliche Systeme sind nicht-linear

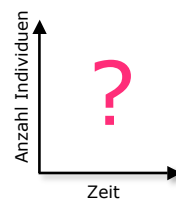
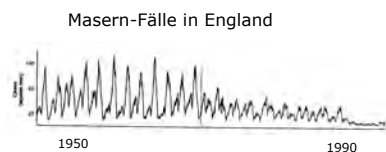


Prof. Barbara Hellriegel 14

Populationsdynamik mathematisch modellieren

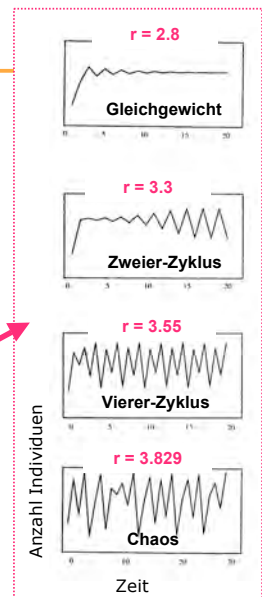
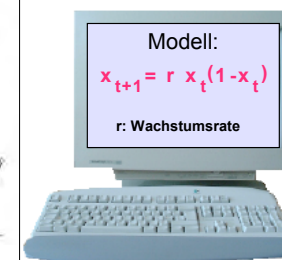
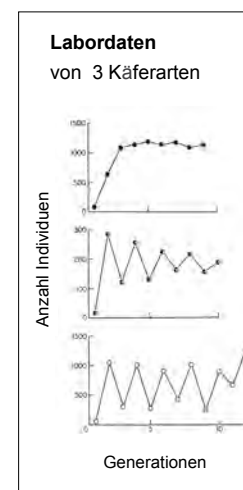
Mathematik

- ist ein wichtiges Hilfsmittel wenn Nicht-Linearitäten auftreten
- ist sehr *exakt* - eine sehr *exakte Sprache*
- zwingt dazu Ideen *exakt und klar* zu formulieren
- ermöglicht die *exakte* Ableitung ihrer Konsequenzen
- verlangt diszipliniertes Denken



Prof. Barbara Hellriegel 15

Populationsdynamik einer Art

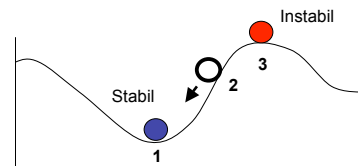


Prof. Barbara Hellriegel 16

Gleichgewichte in der Populationsökologie

Gleichgewicht = die Population wächst nicht und schrumpft nicht, obwohl Individuen geboren werden und sterben
 -> Nullwachstum der Pop.: $b = d \rightarrow dN/dt = 0$
 => Gleichgewichte können im Prinzip berechnet werden

Stabilität: ein Gleichgewicht ist stabil, wenn die Population nach einer Störung/kleinen Abweichung vom Gleichgewichtswert wieder zu diesem zurückkehrt



Prof. Barbara Hellriegel 17

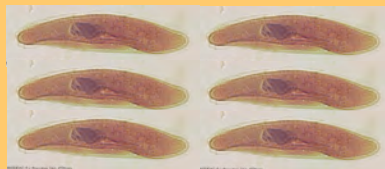
Organismen- und Populationswachstumsformen

- Zwei Arten von Organismen -> zwei Modelltypen
- Zwei Formen von Populationswachstum -> zwei Modelltypen

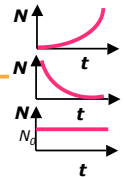
Organismen \ Populationswachstum	Dichte-unabhängiges Pop.wachstum -> exponentiell	Dichte-abhängiges Pop.wachstum -> logistisch
Nicht-überlappende Generationen -> diskrete Modelle	diskrete exponentielle Modelle	diskrete ...
Überlappende Generationen -> kontinuierliche M.	kontinuierliche ...	kontinuierliche logistische Modelle

Prof. Barbara Hellriegel 18

Populationsdynamik einer einzelnen Art



Dichte-unabhängiges Wachstum einer Art

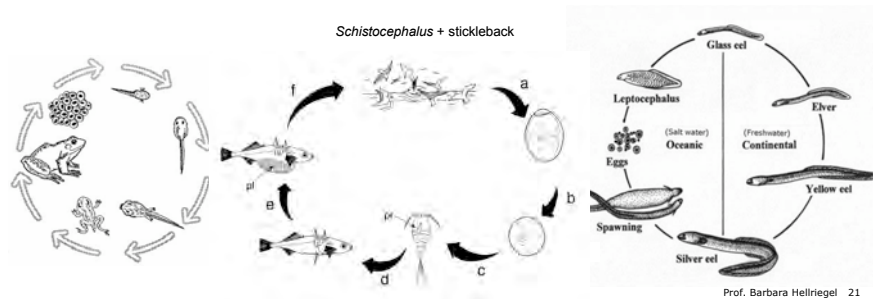
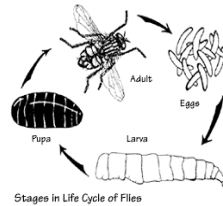


Organismen	Gleichung & Parameter	Pop.wachstum -> exponentiell
Nicht-überlappende Generationen -> diskrete Modelle	$N_{t+1} = \lambda N_t$ Lösung: $N_n = \lambda^n N_0$ λ = endliche Wachstumsrate n = Anzahl Generationen N_0 = Anfangsgröße d. Pop.	$\lambda > 1 \rightarrow N_t$ wächst exp. $\lambda < 1 \rightarrow N_t$ schrumpft exp.l $\lambda = 1 \rightarrow N_t$ ist konstant
Überlappende Generationen -> kontinuierliche M.	$dN/dt = r N(t)$ Lösung: $N(t) = e^{rt} N(0)$ r = endliche Wachstumsrate t = kontinuierliche Zeit	$r > 0 \rightarrow N(t)$ wächst exp. $r < 0 \rightarrow N(t)$ schrumpft exp. $r = 0 \rightarrow N(t)$ ist konstant

Prof. Barbara Hellriegel 20

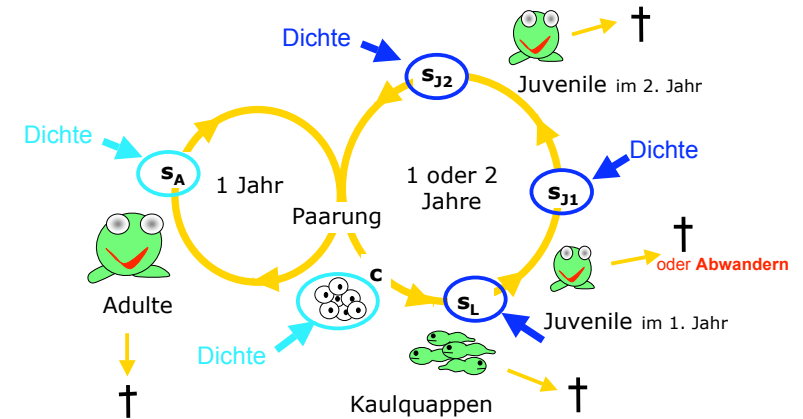
Bsp: Organismen mit komplexen Lebenszyklen

- verschiedene Phasen sind adaptiert an Wachstum, Migration und Reproduction
- Larven-Habitat \neq Adult-Habitat



Schematischer Lebenszyklus

Drei Stadien: Larven, Juvenile, Adulte



Gleichungen des Modells

Dichteabhängigkeit beeinflusst

Reproduktion der adulten Weibchen

$$H(t+1) = c \exp\left[-\beta_B \frac{A(t)}{K_B}\right] \frac{A(t)}{2}$$

Überleben der Kaulquappen

$$L(t+1) = s_L \exp\left[-\beta_L \frac{H(t+1)}{K_L}\right] L(t+1)$$

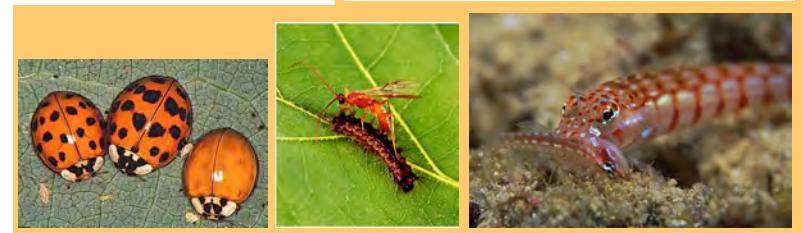
Überleben/Abwandern der Juvenilen

$$J(t+1) = s_{J1} \exp\left[-\beta_J \frac{L(t+1)}{K_J}\right] L(t+1)$$

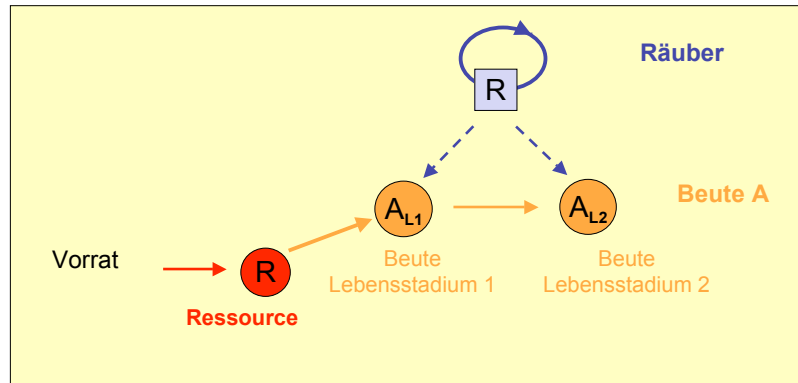
Überleben der Adulten

$$A(t+1) = s_A \exp\left[-\beta_A \frac{A(t)}{K_A}\right] A(t) + s_{J2} J(t)$$

Räuber-Beute-Beziehungen

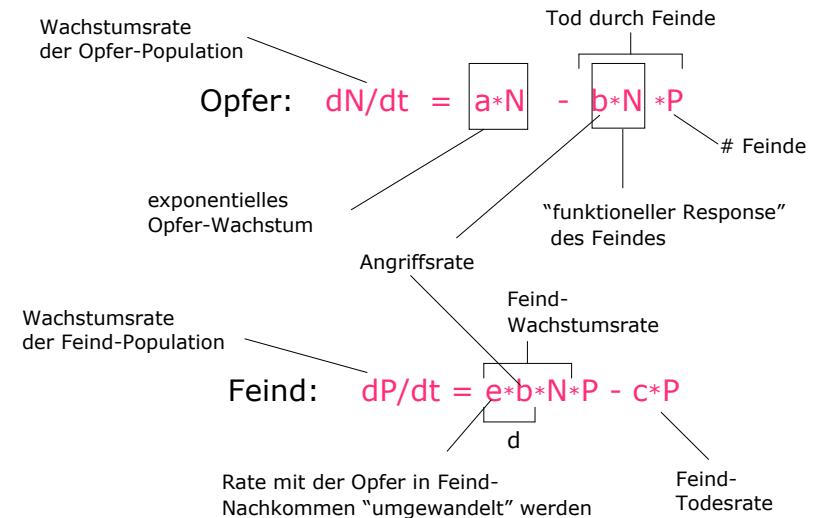


Mathematisches Modell für Räuber-Beute-Beziehung



Prof. Barbara Hellriegel 25

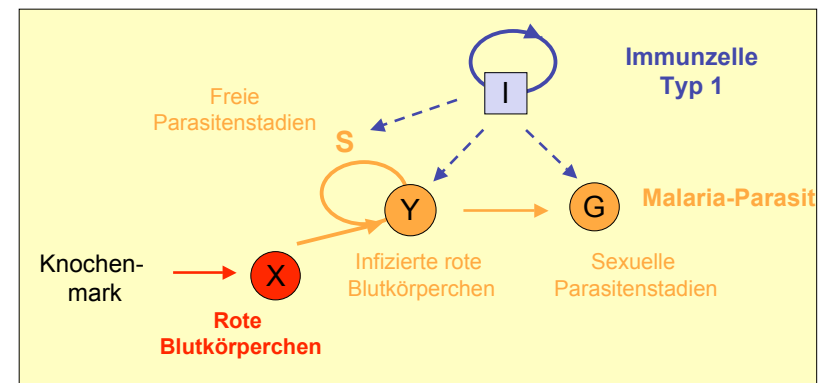
Feind - Opfer Interaktionen vom Lotka-Volterra-Typ



Prof. Barbara Hellriegel 26

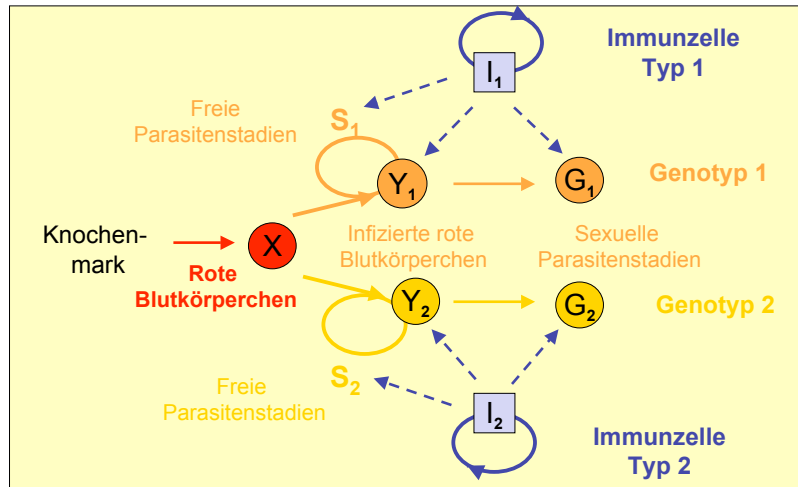
Modell für den Blutkreislauf einer Malaria-Infektion

Ansteckende Krankheiten



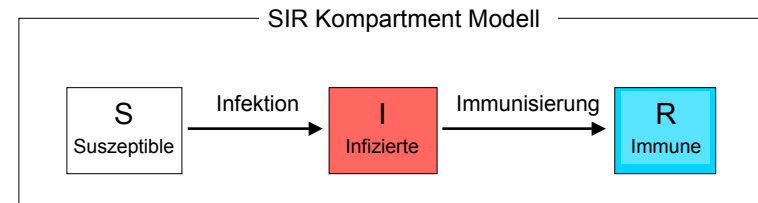
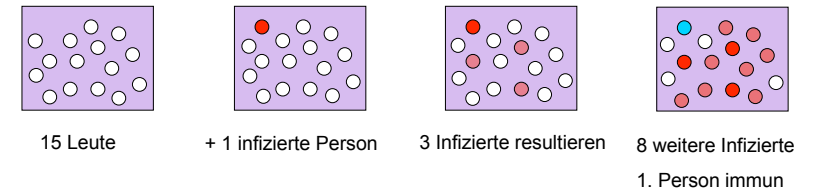
Hellriegel, B. 1992, Proc. R. Soc. Lond. B 250

... Infektion mit zwei Parasiten-Genotypen



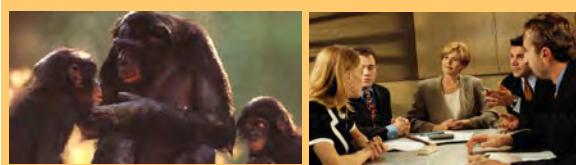
Hellriegel, B. 1992, *Proc. R. Soc. Lond. B* 250

Klassisches SIR Modell für ansteckende Krankheiten

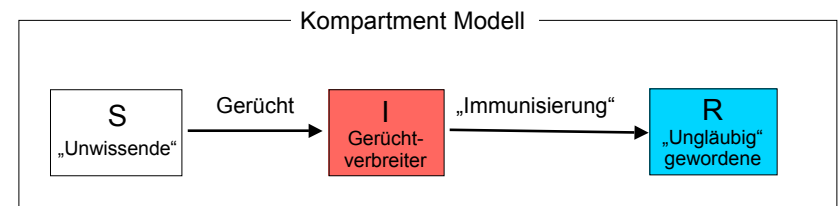
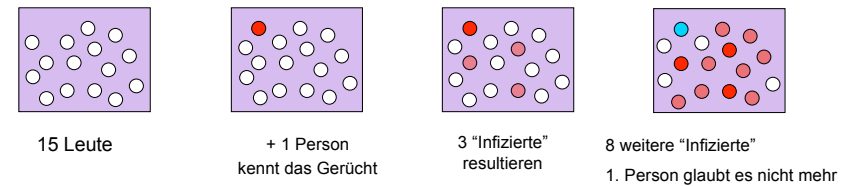


Prof. Barbara Hellriegel 30

Soziales Lernen



SIR Modell zur Ausbreitung einer Gerüchts

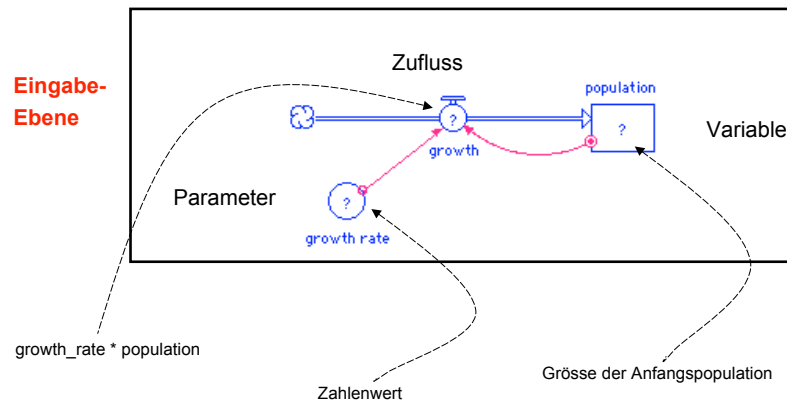


Prof. Barbara Hellriegel 32

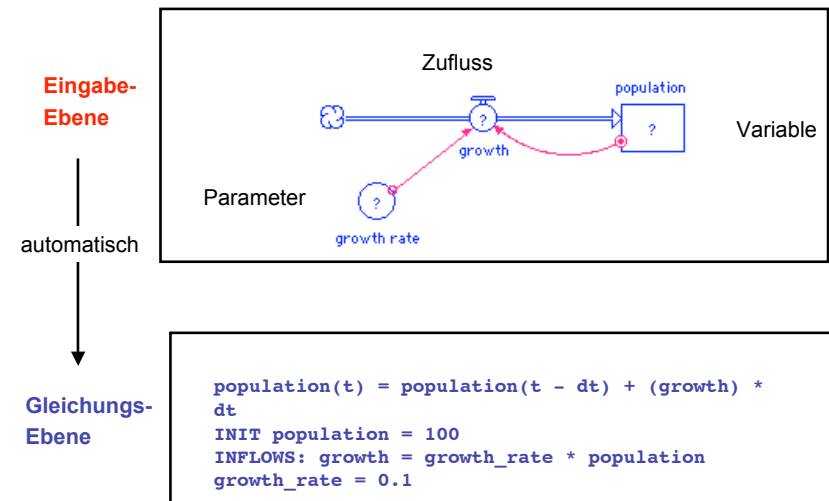
Umsetzung am Computer

- Modelle werden über einfache Diagramme in einer speziellen STELLA-Symbolik eingegeben
 - es erleichtert das Verstehen existierender Modelle
 - es ermöglicht eigenes Modellieren
 - > hilft dynamische Systeme und Prozesse zu verstehen
- Diagramme werden in Differenzengleichungen umgesetzt
- Gleichungen werden numerisch mit Hilfe von Näherungsverfahren gelöst (Euler-Verfahren, Runge-Kutta-Verfahren 2. und 4. Ordnung)
- Möglichkeit zur Sensitivitätsanalyse

Prof. Barbara Hellriegel 34



Prof. Barbara Hellriegel 35



Prof. Barbara Hellriegel 36

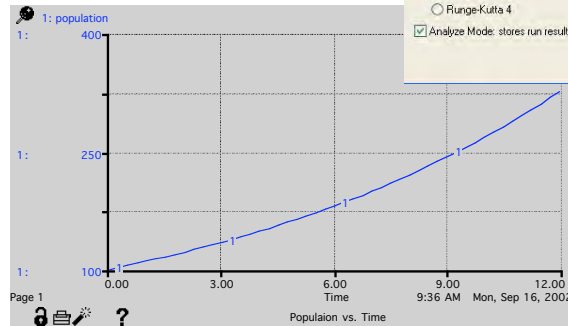


STELLA-Sprache

```

population(t) = population(t - dt) +
dt
INIT population = 100
INFLOWS: growth = growth_rate * popu
growth_rate = 0.1

```



Length of simulation: From: 0 To: 12 DT: 0.25 DT as fraction: ☐ INF Pause interval:

Unit of time: ☐ Hours ☐ Days ☐ Weeks ☐ Months ☐ Quarters ☐ Years ☐ Other

Run Mode: ☒ Normal ☐ Cycle-time ☐ Interaction Mode: ☒ Normal ☐ Flight Sim

Integration Method: ☒ Euler's Method ☐ Runge-Kutta 2 ☐ Runge-Kutta 4 ☒ Analyze Mode: stores run results in memory (0.0 MB required)

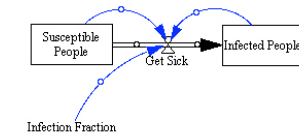
Sim Speed: 0.15 real secs = 1 unit time Min run length: 1.8 secs

Cancel OK

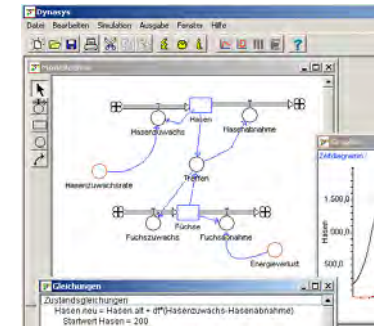
Prof. Barbara Hellriegel 37

Ähnlich aufgebaute Freeware

- Vensim PLE (Personal Learning Edition)



- Dynasys



Prof. Barbara Hellriegel 38

Erfahrungen sammeln mit STELLA

- Wie würden Sie das **System-Verhalten** aufgrund Ihrer Untersuchungen **mit Worten beschreiben**?
- Welche **'Extrem-Zustände'** hat das System aufgrund Ihres Eingreifens angenommen?
- Waren **immer alle drei** 'Populationen' präsent?
- Haben Sie **Gleichgewichte** gefunden?
- Gibt es **Parameter**, die einen deutlich grösseren **Einfluss auf das System-Verhalten** haben als die übrigen?
- Können Sie Regeln für eine **gute Management-Politik** ableiten?

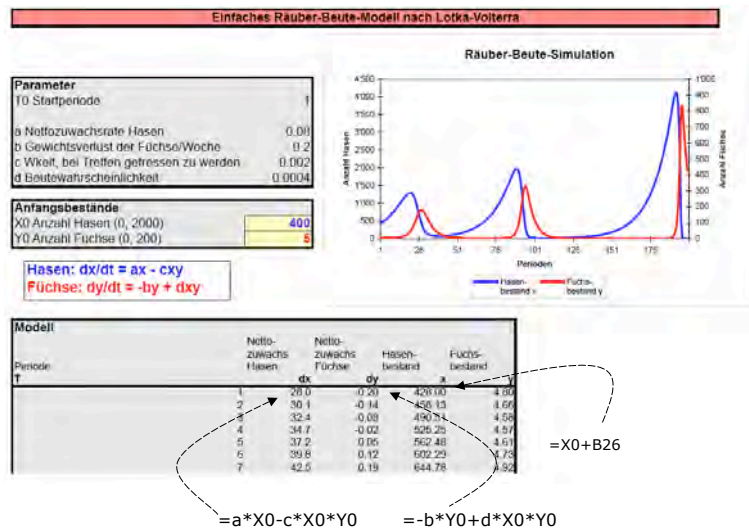
Prof. Barbara Hellriegel 39

Tabellenkalkulation (TK)

- Standard-Computeranwendung in vielen Berufszweigen
- wird erst zu mächtigem Werkzeug, wenn man mit Termen rechnet
-> Verständnis für Terme und Termumformungen
- Variablenbegriff wird auf sehr konkreter Grundlage eingeführt
- fächerübergreifende Anwendungsmöglichkeiten
- zwei Einsatzmöglichkeiten:
 - als vorbereitetes elektronisches Arbeitsblatt
 - Schüler programmieren im TK-Programm selbst
- Handhabung erfolgt in allen Programmen auf dieselbe Weise, z.B.: OpenOffice, Excel

Prof. Barbara Hellriegel 40

Modellieren mit Excel



Prof. Barbara Hellriegel 41

Links

Kurs-Material für Schüler/innen

- SimuLab - www.caesar.de/schueler.html -> Arbeitsblätter + Excel-Dateien

Software

- STELLA - www.iseesystems.com/software/Education/StellaSoftware.aspx
kostenlose Versuchsversion (kein Speichern möglich) unter
www.iseesystems.com/community/downloads/STELLA/STELLADemo.aspx

Ähnlich aufgebaute Freeware (z.B. verwendet von Peter Bützer)

- Vensim PLE (Personal Learning Edition) - www.vensim.com/venple.html
- Dynasys - www.hupfeld-software.de/pmwiki/pmwiki.php?n=Main.Dynasys

Prof. Barbara Hellriegel 42

Literatur

Mathematik

- B. Albright, 2010. **Mathematical Modeling with Excel**. Jones and Bartlett Publishers, ISBN: 978-0-7637-6566-8, Hardcover, 286 Seiten
- E.S. Allmann & J.A. Rhodes, 2004. **Mathematical Models in Biology - An Introduction**. Cambridge University Press, ISBN 978-0-521-52586-2, Softcover, 370 Seiten
- M. Nowak, 2006. **Evolutionary Dynamics: Exploring the Equations of Life**. -> Spieltheorie Harvard University Press, ISBN: 978-0674023383, Hardcover, 384 Seiten
- J.W. Prüss, R. Schnaubelt & R. Zacher, 2008. **Mathematische Modelle in der Biologie - Deterministische homogene Systeme**. Birkhäuser, Basel, ISBN: 978-3-7643-8436-4, Softcover
- A.B. Shiflet & G.W. Shiflet, 2006. **Introduction to Computational Science**. Princeton University Press, ISBN: 978-0-691-12565-7, Hardcover, 554 Seiten
- Christian Wissel, 1889. **Theoretische Ökologie**. Springer, Berlin; ISBN: 9783540508489, Softcover -> nur noch gebraucht erhältlich

Biologie

- C.R. Townsend J.L. Harper & M.E. Begon, 2003. **Ökologie** -> Populationsökologie mit Modellen Springer, Berlin; Auflage: 1 (2003), ISBN: 978-3-5400-0674-9, Softcover, 647 Seiten
- S.P. Otto & T. Day, 2007. **A Biologist's Guide to Mathematical Modeling in Ecology and Evolution**. Princeton University Press, ISBN: 978-0-691-12344-8, Hardcover, 752 Seiten

Populär

- E. Behrends, 2008. Fünf Minuten Mathematik - 100 Beiträge der Mathematik-Kolumne der Zeitung DIE WELT. Vieweg + Teubner, 2. Aufl., ISBN: 978-3-8348-0577-5, Hardcover

Prof. Barbara Hellriegel 43

Vielen Dank

