



Vortrag im Rahmen des Kolloquiums:
„Vom Kindergarten bis zur Hochschule - Mathematik im Unterricht heute“

Digitalisierung im Bildungsbereich Mathematik



Digitalisierung im Mathematikunterricht

Kompetente Auswahl und sinnvolle Nutzung

Stellenwertverständnis

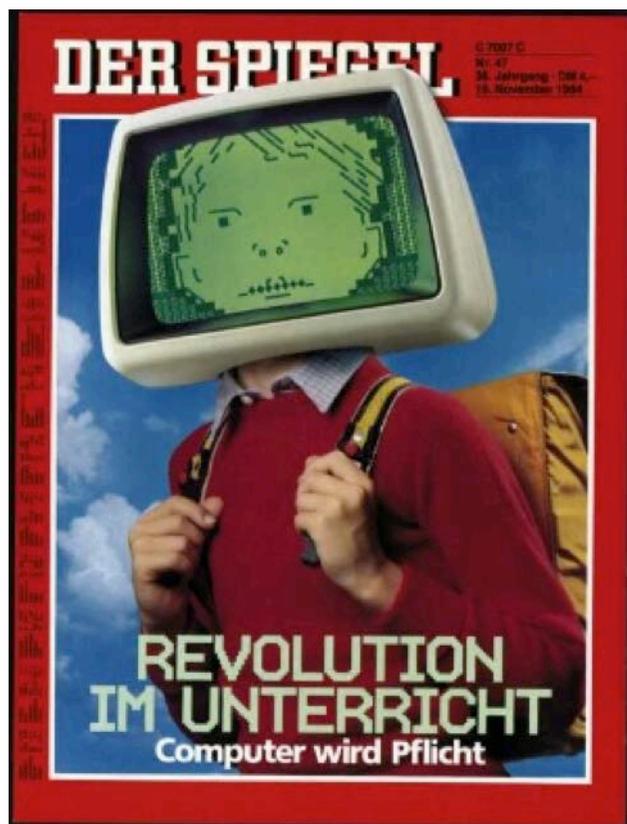
Algorithmisches Denken



I Digitalisierung im Mathematikunterricht

Digitale Medien in der Schule

DER SPIEGEL 47/1984



<http://www.spiegel.de/spiegel/print/d-13512161.html>

„Alarm in den Schulen: Die Computer kommen. Computer in alle Schulen, alle Schüler an die Computer - dieses Programm wollen die Kultusminister zügig verwirklichen. Noch fehlt es an Rechnern und an Lehrern, die mit ihnen umgehen können. Auch gibt es Widerstand. Wie attraktiv der Unterricht am Computer sein kann, führten bislang nur einige Pioniere vor. Offen ist, in welchem Alter Schüler an die Rechner sollen, ob das Fach „Informatik“ auf die Oberstufe der Gymnasien beschränkt bleibt und wie Computer und Computer-Themen in andere Fächer „integriert“ werden.“



I Digitalisierung im Mathematikunterricht

Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft des BMBF (2016)

Handlungsfeld 1: Digitale Bildung vermitteln



Bildungswelt digital 2030

„Alle Lernenden nutzen kompetent digitale Medien und sind in der Lage, selbstbestimmt und verantwortungsbewusst an der digital geprägten Welt teilzuhaben. [...]

???

- Alle Lehrkräfte verfügen über digitale Kompetenzen und können diese vermitteln.
- Digitale Bildungsangebote werden laufend aktualisiert. [...]
- Die Qualität digitaler Bildungsangebote ist sichergestellt und für die Nutzer leicht nachzuvollziehen, z.B. durch entsprechende Qualitätssiegel oder Signets.“

I Digitalisierung im Mathematikunterricht

European Framework for the Digital Competence of Educators (DigCompEdu)

„Digitale Kompetenz“





I Digitalisierung im Mathematikunterricht

Strategiepapier Bildung in der Digitalen Welt der KMK (2016)

Handlungskonzept für die Gestaltung von Lehr- und Lernprozessen angesichts der Digitalisierung

KMK
KULTUSMINISTER
KONFERENZ

Bildung in der digitalen Welt
Strategie der
Kultusministerkonferenz



„Für die Strategie werden zwei Ziele formuliert:

1. Die Länder beziehen in ihren Lehr- und Bildungsplänen sowie Rahmenplänen, **beginnend mit der Primarschule**, die Kompetenzen ein, die für eine aktive, selbstbestimmte Teilhabe in einer digitalen Welt erforderlich sind. Dies wird nicht über ein eigenes Curriculum für ein eigenes Fach umgesetzt, sondern wird **integrativer Teil der Fachcurricula aller Fächer**. ...
2. Bei der Gestaltung von Lehr- und Lernprozessen werden digitale Lernumgebungen entsprechend curricularer Vorgaben der **Primat der Fachdidaktik!** folgend systematisch eingesetzt. Durch eine an die neu zur Verfügung stehenden Möglichkeiten angepasste Unterrichtsgestaltung werden die Individualisierungsmöglichkeit und die Übernahme von Eigenverantwortung bei den Lernprozessen gestärkt.“



I Digitalisierung im Mathematikunterricht

Strategiepapier Bildung in der Digitalen Welt der KMK (2016)

Handlungskonzept für die Gestaltung von Lehr- und Lernprozessen angesichts der Digitalisierung

KMK
KULTUSMINISTER
KONFERENZ

Bildung in der digitalen Welt
Strategie der
Kultusministerkonferenz



„Alle Lehrkräfte müssen selbst über **allgemeine Medienkompetenz** verfügen und in ihren fachlichen Zuständigkeiten zugleich „Medienexperten“ werden...“

Konkret heißt dies, dass Lehrkräfte digitale Medien in ihrem jeweiligen **Fach**unterricht professionell und **didaktisch sinnvoll nutzen** sowie gemäß dem Bildungs- und Erziehungsauftrag **inhaltlich reflektieren** können. Dabei setzen sie sich mit der jeweiligen **Fach**spezifik sowie mit der von Digitalisierung und Mediatisierung gekennzeichneten Lebenswelt und den daraus resultierenden Lernvoraussetzungen ihrer Schülerinnen und Schüler auseinander. Das Ziel aller Schularten, die Schülerinnen und Schüler zu befähigen, die eigene Medienanwendung kritisch zu reflektieren und **Medien aller Art zielgerichtet, sozial verantwortlich und gewinnbringend zu nutzen**, gehört damit perspektivisch in jedes **fach**liche Curriculum. Daher ist **in der fachspezifischen Lehrerbildung für alle Lehrämter die Entwicklung entsprechender Kompetenzen verbindlich festzulegen.**“



I Digitalisierung im Mathematikunterricht

Strategiepapier Bildung in der Digitalen Welt der KMK (2016)

Handlungskonzept für die Gestaltung von Lehr- und Lernprozessen angesichts der Digitalisierung

KMK
KULTUSMINISTER
KONFERENZ

Bildung in der digitalen Welt
Strategie der
Kultusministerkonferenz



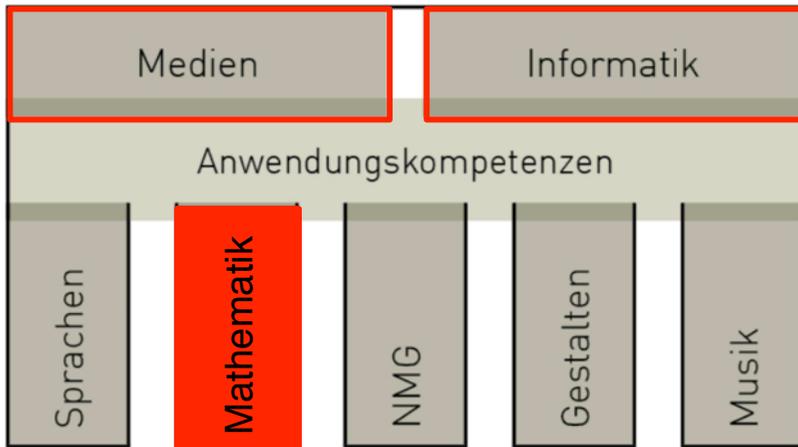
„Lehrende sollten u. a. in der Lage sein:

- die lerntheoretischen und **didaktischen Möglichkeiten der digitalen Medien** für die individuelle Förderung Einzelner oder von Gruppen inner- und außerhalb des Unterrichts zu **nutzen**,
- aus der Vielzahl der angebotenen Bildungsmedien (gewerbliche Angebote der Verlage und Open Educational Resources/ OER) **anhand entsprechender Qualitätskriterien** für die Einzel- oder Gruppenarbeit **geeignete Materialien und Programme** zu **identifizieren**,
- bei den Schülerinnen und Schülern das Lernen mit und über sowie das Gestalten von Medien zu unterstützen, damit sie das wachsende Angebot **kritisch reflektieren** und daraus **sinnvoll auswählen** und es **angemessen**, kreativ und sozial verantwortlich **nutzen** können,
- auf der Grundlage ihrer fachbezogenen Expertise hinsichtlich der Planung und Gestaltung von Unterricht mit anderen Lehrkräften und sonstigen schulischen und außerschulischen Expertinnen und Experten zusammenzuarbeiten und mit ihnen gemeinsam **Lern- und Unterstützungsangebote** zu **entwickeln und durchzuführen**,
- sich **mit Ergebnissen aktueller Forschung zur Bildung in der digitalen Welt auseinanderzusetzen**, um damit Selbstverantwortung für den eigenen Kompetenzzuwachs zu übernehmen und für die eigene Fort- und Weiterbildung zu nutzen“

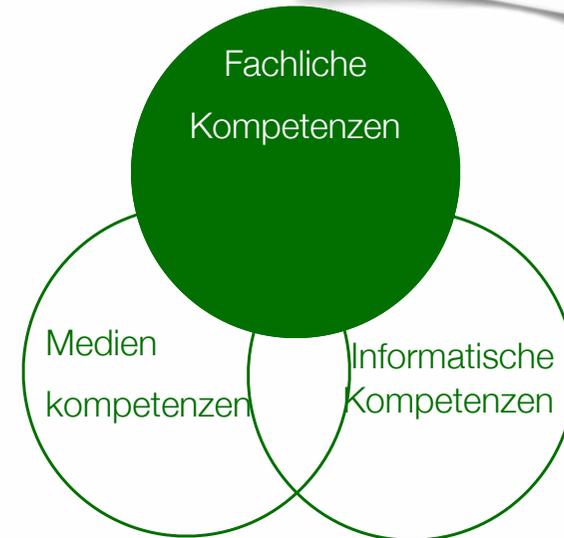
I Digitalisierung im Mathematikunterricht

Lehrplan 21 (2014)

ICT und Medien in der Volksschule (Kindergarten, Primarstufe, Sekundarstufe I)



Kompetenz-Trias der Digitalisierung





I Digitalisierung im Mathematikunterricht

Lehrplan 21 (2014)

Produktion und Präsentation: Zyklus 2-3 (3.-9. Klasse)

MA.1.B.3. Zahl und Variable, Erforschen und Argumentieren,

Die Schülerinnen und Schüler können beim Erforschen arithmetischer Muster Hilfsmittel nutzen.

- » können elektronische Medien beim Erforschen arithmetischer Strukturen nutzen (z.B. umwandeln von $\frac{1}{11}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{3}{11}$, ... in periodische Dezimalzahlen und die Ziffernfolge untersuchen).
- » können mit elektronischen Medien Daten erfassen, sortieren und darstellen (Tabellenkalkulationsprogramm).

MA.3.C.1.g Größen, Funktionen, Daten und Zufall, Mathematisieren und Darstellen

Die Schülerinnen und Schüler können Daten zu Statistik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit erheben, ordnen, darstellen, auswerten und interpretieren.

- » können Daten zu Längen, Inhalten, Gewichten, Zeitdauern, Anzahlen und Preisen mit dem Computer in Diagrammen darstellen und interpretieren.
- » können die Wahrscheinlichkeit einzelner Ereignisse vergleichen.





I Digitalisierung im Mathematikunterricht



Gründung 2007

Aktuelle Forschungsarbeiten in der Mathematikdidaktik Primar in Deutschland (TUC'19)

- „Einsatz der 3D-Druck-Technologie zur Herstellung von **Parkettierungen**“
- „Entwicklung einer digital unterstützten Lernumgebung zur **kombinatorischen Anzahlbestimmung** in der Primarstufe (3. Klasse)“
- „PrimarWebQuest im bilingualen Mathematikunterricht“
- „Lernumgebungen mit digitalen Medien zur Unterstützung von **Argumentationskompetenzen** in der Primarstufe“
- „Qualität von Apps zur Leitidee „**Raum & Form**“ in der Grundschule“
- „Förderung **stochastischer Kompetenzen** mit der Software TinkerPlots“
- „Mit Lernrobotern Mathematik vermitteln - geht das wirklich?“
- „Digital und inklusiv: Apps im Mathematikunterricht der Primarstufe“
- „Kinder erklären für Kinder mathematische Sachverhalte mit Lehrfilmen“
- „Potentiale digital unterstützter Lehr-Lernumgebungen im Mathematikunterricht der Primarstufe am Beispiel **Raum & Form** und Anknüpfungspunkte zu informatorischer Wissensvermittlung“



I Digitalisierung im Mathematikunterricht

Aktuelle Forschungsarbeiten in der Mathematikdidaktik Primar in Deutschland (GDM'19)

- „Lernen von nicht-prototypischen **3D-Figuren** durch eine digitale Lernumgebung mit Augmented Reality-Unterstützung“
- „Mathematisches **Modellieren** in einer digitalen Lernumgebung“
- „Der aktuelle Stand des Projekts Prim-E-Proof-Lernumgebungen mit digitalen Medien zur Unterstützung von **Argumentationsfähigkeiten** in der Primarstufe“
- „Digital oder real - was macht den Unterschied beim Einsatz einer Simulation?“
- „Nutzungsweisen und Auswirkungen der Lernbegleitung einer Tablet-App in Bezug auf das **räumliche Vorstellungsvermögen**“
- „Entwicklung eines multidimensionalen Instruments zur Analyse von Tablet Apps im **Geometrieunterricht** der Grundschule“
- „Darstellungsflüchtigkeit durch digitale Unterstützung entgegenwirken - Ergebnisse einer qualitativen Studie zum Einsatz einer **Pentomino**-App in der Primarstufe“
- „Digital und inklusiv: **Rechendreiecke** im Mathematikunterricht der Primarstufe“
- „**Raumintelligenz** spielerisch-virtuell unter Beweis stellen“
- „**Grundvorstellungen** ausbilden - Digitale Medien als Lernmodelle nutzen“
- „Einsatz einer App zur **mathematischen Frühförderung** - Vergleich zweier Implementationsformen“
- „Die multimodale Lehr-Lern-Einheit „Erstellen von **mathematischen Erklärvideos** für Grundschulkindern“



I Digitalisierung im Mathematikunterricht

Aktuelle Forschungsarbeiten in der Mathematikdidaktik Primar in Deutschland (TS19)

- Let's move - **Virtuelles Handeln und Bauen** als Werkzeuge mathematischen Lernens
- Let's figure it out - **Sachlernaufgaben** mit digitalen Lösungshilfen
- **Forschendes Mathematiklernen** mit integrativem Einsatz von Tablet-Apps
- **Zahlverständnis**
- **Lagebeziehungen**



I Digitalisierung im Mathematikunterricht

Eigene aktuelle Forschungsarbeiten in der Mathematikdidaktik Primar in Deutschland

- Stellenwert - Supporting young children's numeracy and enhancing the Mathematics Pedagogical Content Knowledge of teachers via the use of a custom designed mathematics app
- ACAT - Artefact Centric Activity Theory
- Online-Tutorials in Kombination mit Präsenzphasen
- Mitmach-Ausstellung: Mach mit! MINT digital
- Hands-On Technology: First Lego League Junior
- Pro-AD: Kreatives Problemlösen mithilfe algorithmischen Denkens
- DAMA: Den Alltag mathematisch anreichern durch Augmented Reality



Digitalisierung im Mathematikunterricht

Kompetente Auswahl und sinnvolle Nutzung

Konkrete Beispiele

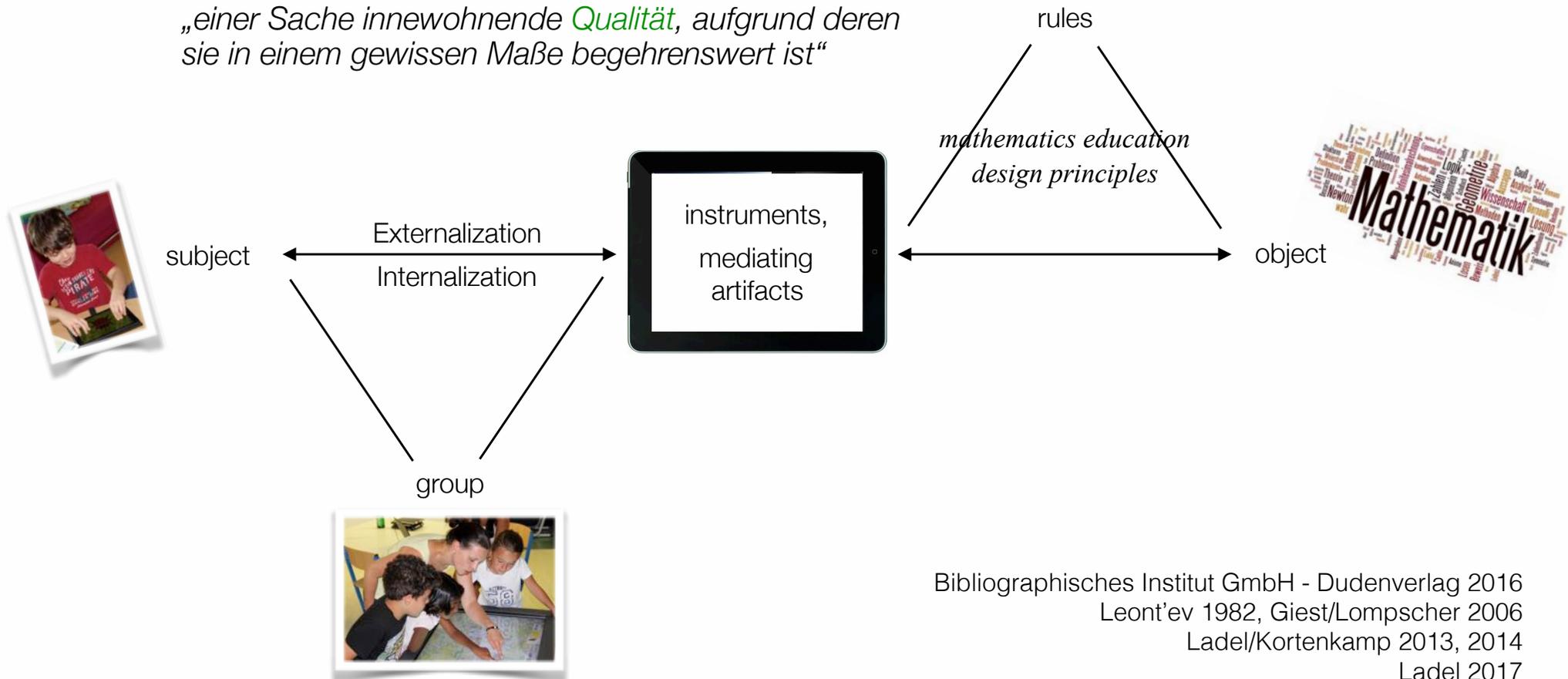
II Kompetente Auswahl und sinnvolle Nutzung digitaler Medien

Bedeutung des Wortes „**sinnvoll**“ im Rahmen der Artifact-Centric Activity Theory

↓
„für jemanden einen Sinn haben, eine Befriedigung bedeutend“

↓
„Ziel und Zweck, Wert, der einer Sache innewohnt“

↓
„einer Sache innewohnende Qualität, aufgrund deren sie in einem gewissen Maße begehrenswert ist“



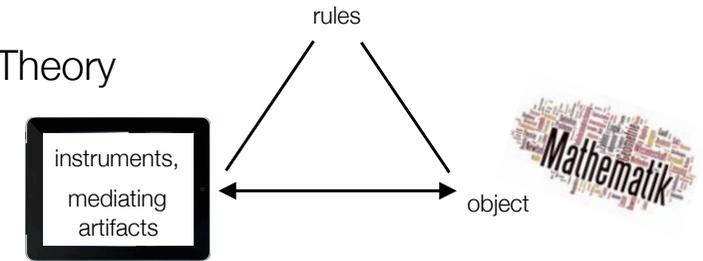
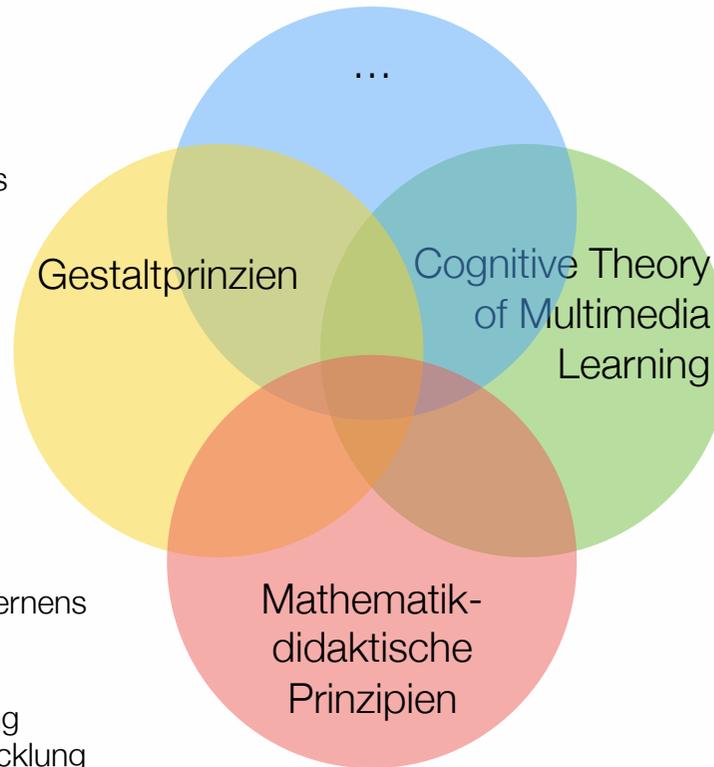
Bibliographisches Institut GmbH - Dudenverlag 2016
Leont'ev 1982, Giest/Lompscher 2006
Ladel/Kortenkamp 2013, 2014
Ladel 2017

II Kompetente Auswahl und sinnvolle Nutzung digitaler Medien

Bedeutung des Wortes „**sinnvoll**“ im Rahmen der Artifact-Centric Activity Theory

- Prinzip der Einfachheit
- Prinzip der Ähnlichkeit
- Prinzip des guten Verlaufs
- Prinzip der Nähe
- Prinzip der gemeinsamen Region
- Prinzip der Verbundenheit
- Prinzip des gemeinsamen Schicksals
- Prinzip der zeitlichen Synchronizität
- Prinzip der Bedeutung
- ...

- Prinzip des aktiven, ganzheitlichen Lernens
- Operatives Prinzip
- Spiralprinzip
- Prinzip der Natürlichen Differenzierung
- Prinzip der Zone der nächsten Entwicklung
- Prinzip des interaktiven Zugangs zu Darstellungsweisen
- Prinzip der Auswahl grundlegender Darstellungsweisen
- Prinzip der fundamentalen Ideen
- Prinzip der fortschreitenden Schematisierung
- Prinzip der Orientierung am Vorwissen
- ...

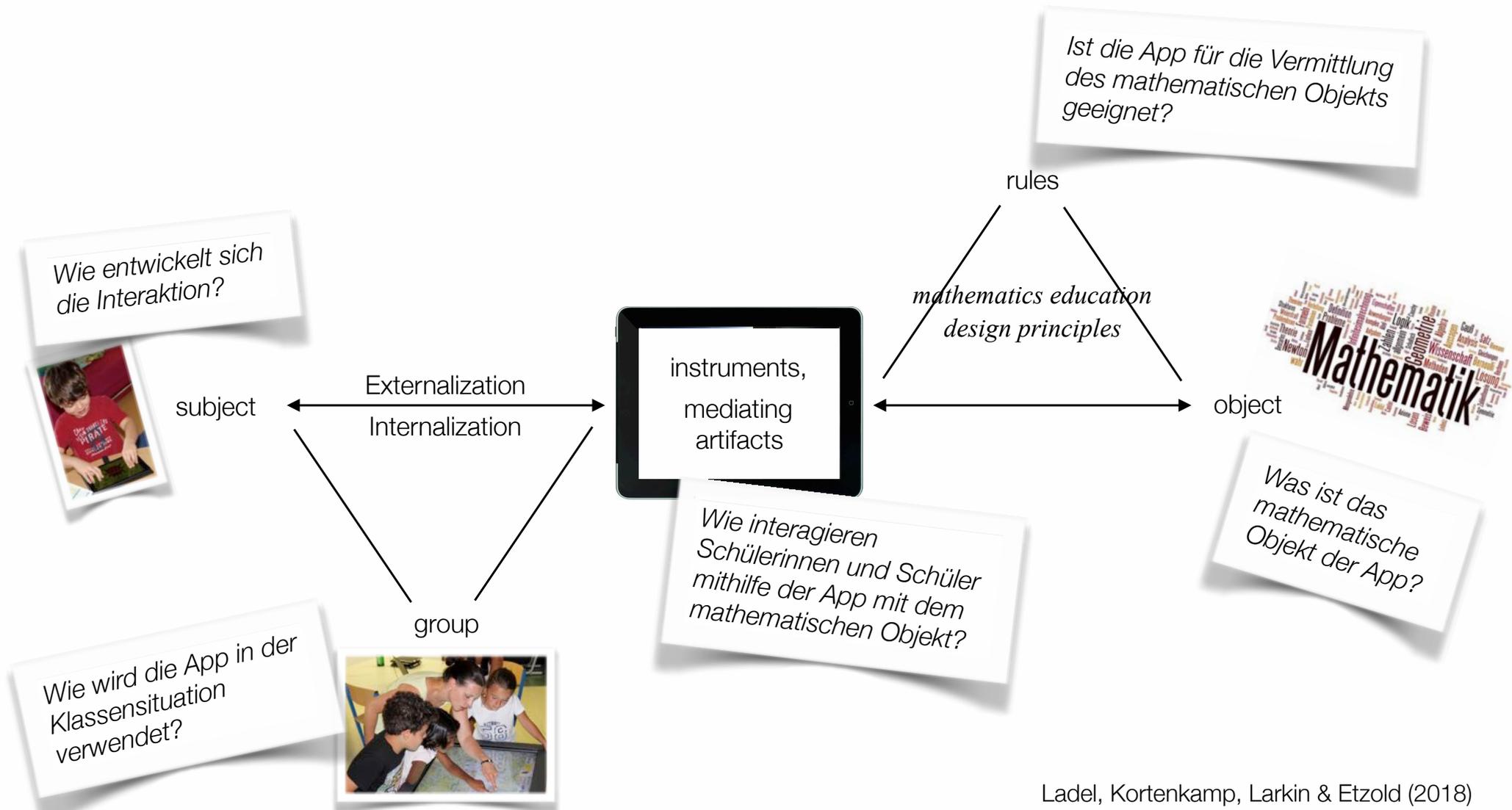


- multimedia principle
- split-attention principle
- temporal and spacial contiguity principle
- modality principle
- redundancy principle
- segmenting principle
- pretraining principle
- signaling principle
- focus of attention
- ...

Kandel 2012, Goldstein 2008,
Meyer 2005, Schnotz 2005, Sweller 2005,
Krauthausen/Scherer 2008, Ladel 2009, Radatz et al. 1996

II Kompetente Auswahl und sinnvolle Nutzung digitaler Medien

Bedeutung des Wortes „**sinnvoll**“ im Rahmen der Artifact-Centric Activity Theory

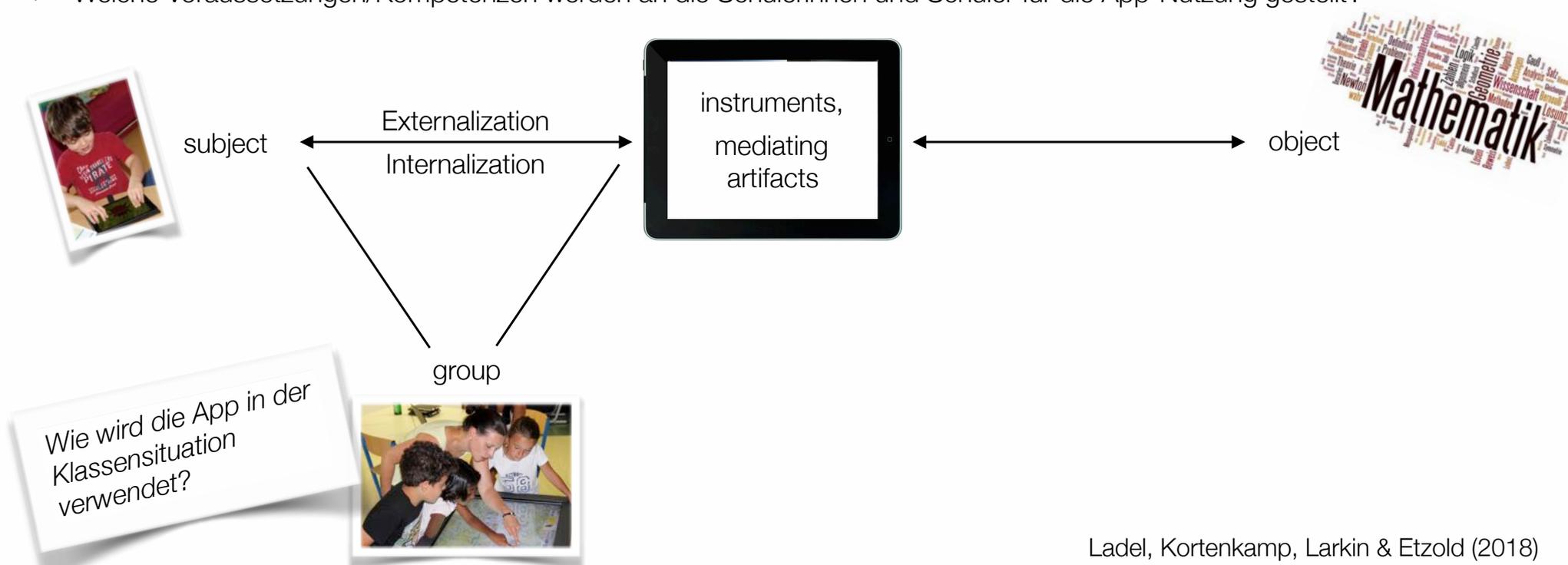


Ladel, Kortenkamp, Larkin & Etzold (2018)

II Kompetente Auswahl und sinnvolle Nutzung digitaler Medien

Bedeutung des Wortes „sinnvoll“ im Rahmen der Artifact-Centric Activity Theory

- ▶ Ist die App für individuelle Arbeit, Partnerarbeit oder Kleingruppenarbeit geeignet?
- ▶ Was sind mögliche Impulse und Aufgabenstellungen, die Sie als Lehrerin oder Lehrer geben können?
- ▶ Welche Differenzierungsmaßnahmen und verschiedenen Schwierigkeitsgrade sind möglich?
- ▶ Handelt es sich um eine Übungs-App oder dient sie zur Einführung neuer Lerninhalte und dem Aufbau von Grundvorstellungen?
- ▶ Folgt die App eher einem instruktiven (z. B. drill-and-practice) oder einem konstruktiven (z. B. entdeckendes Lernen) Paradigma?
- ▶ Welche Voraussetzungen/Kompetenzen werden an die Schülerinnen und Schüler für die App-Nutzung gestellt?



Ladel, Kortenkamp, Larkin & Etzold (2018)



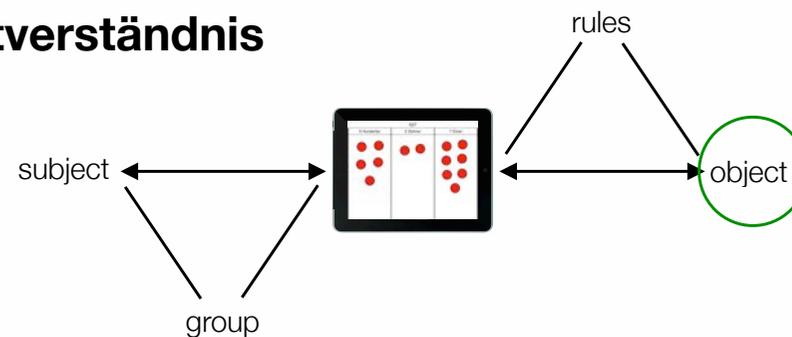
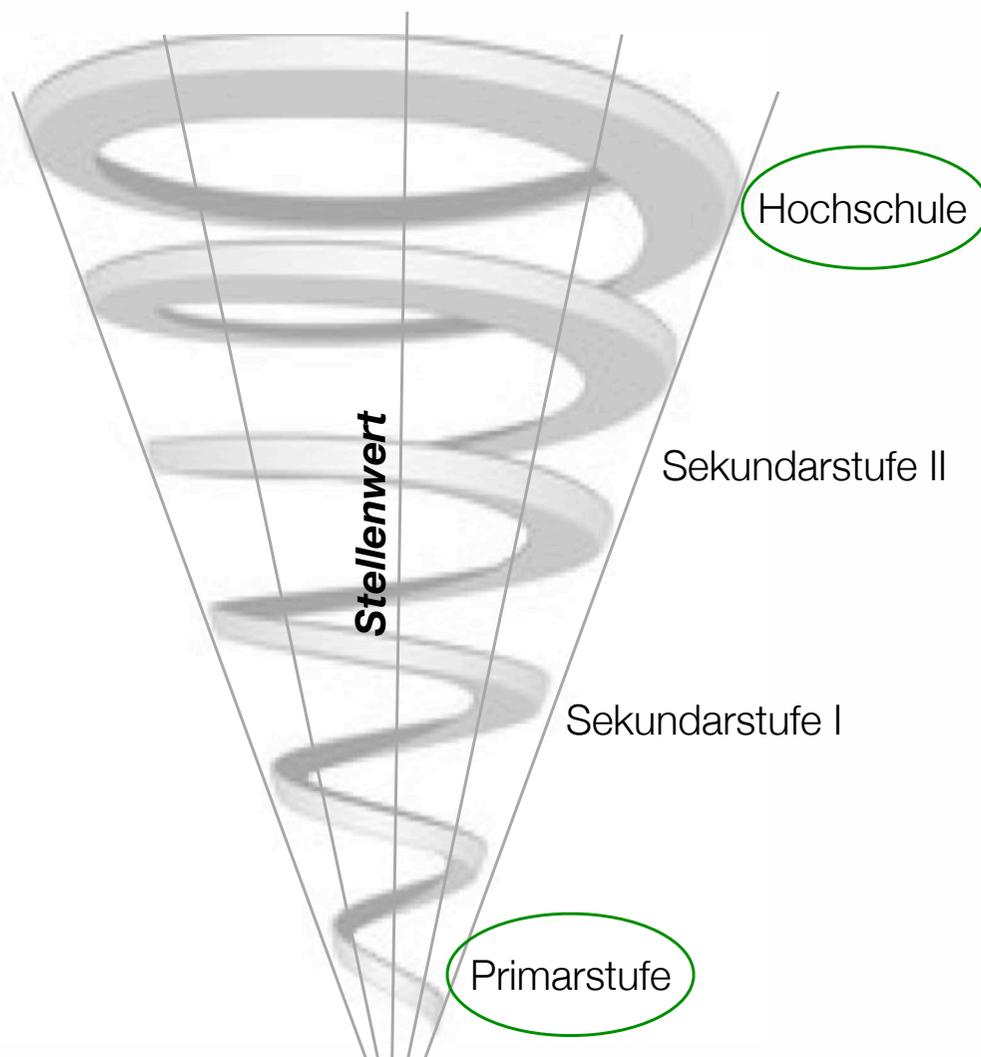
Digitalisierung im Mathematikunterricht

Kompetente Auswahl und sinnvolle Nutzung

Stellenwertverständnis

Algorithmisches Denken

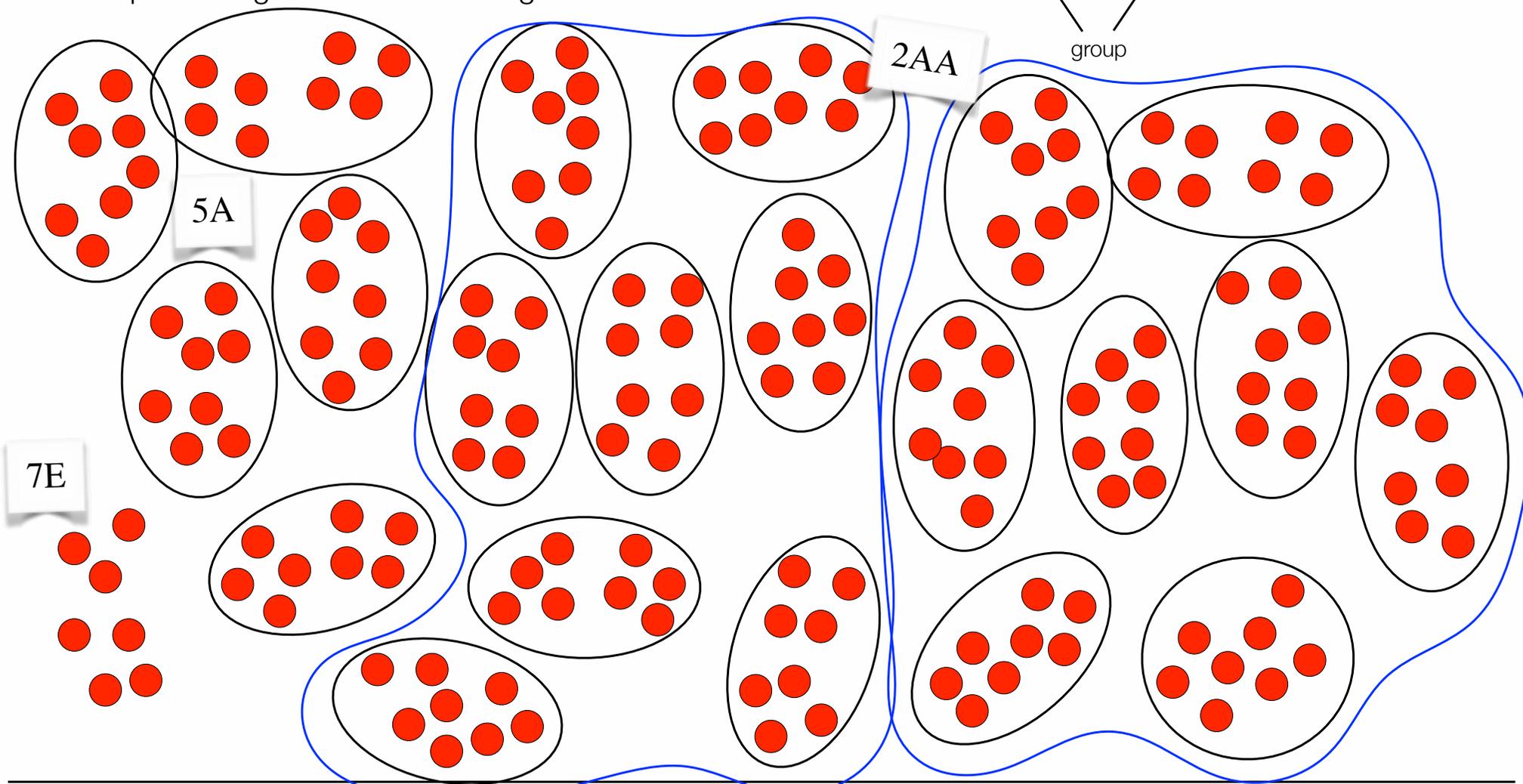
III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis



III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Unser Zahlensystem basiert auf 5 **Kennzeichen**:

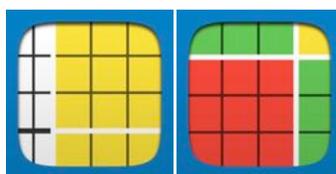
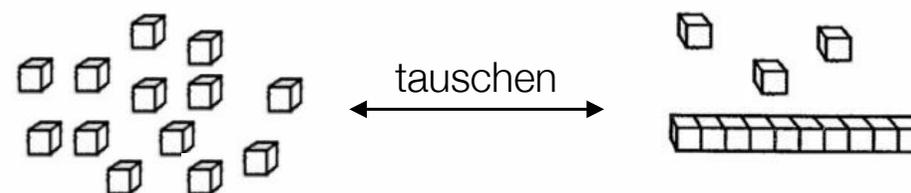
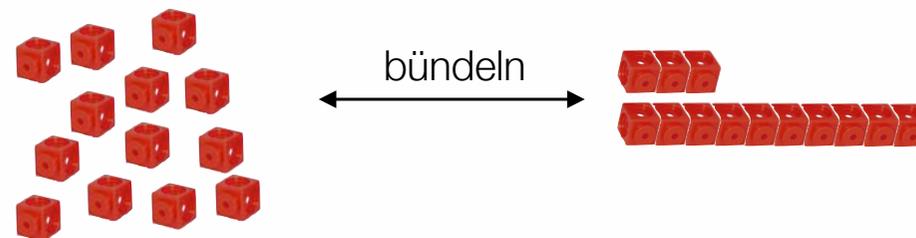
- Prinzip der fortgesetzten Bündelung



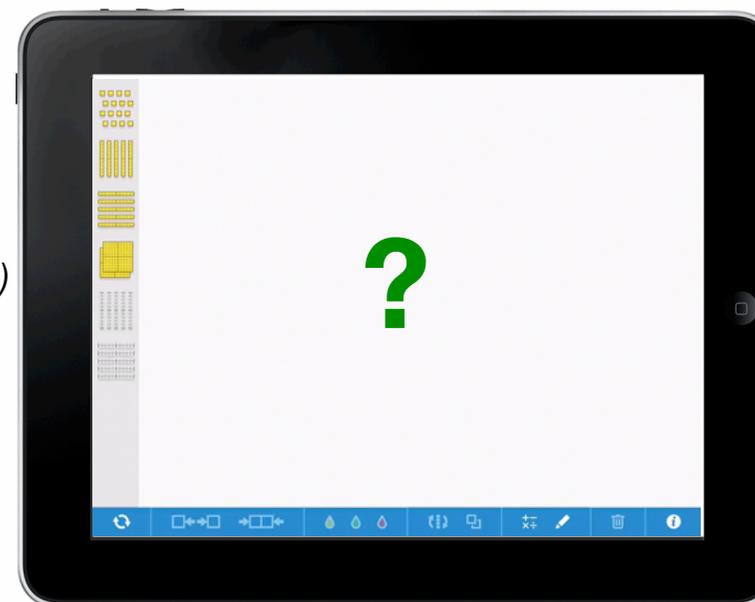
III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Unser Zahlensystem basiert auf 5 **Kennzeichen**:

- Prinzip der fortgesetzten Bündelung
- Dezimalsystem



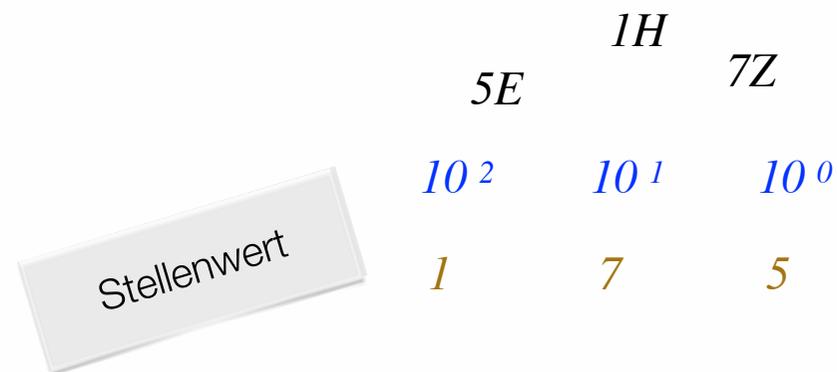
„Number Pieces“
(The Math Learning Center)



III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Unser Zahlensystem basiert auf 5 **Kennzeichen**:

- Prinzip der fortgesetzten Bündelung
- Dezimalsystem
- Prinzip des Stellenwerts



10^2	10^1	10^0
H	Z	E
1	7	5

8^2	8^1	8^0
AA	A	E
2	5	7



III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Unser Zahlensystem basiert auf 5 **Kennzeichen**:

- Prinzip der fortgesetzten Bündelung
- Dezimalsystem
- Prinzip des Stellenwerts

Handlungen an der physischen Stellenwerttafel fokussieren die **Wertänderung**.

③

H	Z	E
••••	••	••

a) Die Zahl heißt ____.

b) Du darfst 1 Plättchen dazulegen.
Welche Zahlen können entstehen? _____

④

H	Z	E
•••	•••	••

a) Die Zahl heißt ____.

b) Du darfst 1 Plättchen verschieben.
Welche Zahlen können entstehen? _____

(Zahlenzauber 3)



III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Unser Zahlensystem basiert auf 5 **Kennzeichen**:

- Prinzip der fortgesetzten Bündelung
- Dezimalsystem
- Prinzip des Stellenwerts
- multiplikatives Prinzip

Ziffernwert
100; 70; 5

	$5E$	$1H$	$7Z$
	10^2	10^1	10^0
	1	7	5
	•	•	•



III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Unser Zahlensystem basiert auf 5 **Kennzeichen**:

- Prinzip der fortgesetzten Bündelung
- Dezimalsystem
- Prinzip des Stellenwerts
- multiplikatives Prinzip
- additives Prinzip

Zahlenwert
175

5E 1H 7Z

$$1 \cdot 10^2 \quad 7 \cdot 10^1 \quad 5 \cdot 10^0$$

+ +

III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Unser Zahlensystem basiert auf 5 **Kennzeichen**:

Dem **Zehnersystem (Dezimalsystem)** liegt eine **Stellentafel** mit den Stellenwerten 1; 10; $10 \cdot 10 = 100$; $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$; $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$; ... zugrunde. Sie bauen auf der Grundzahl 10 auf. Die Zahl 57034 in der Stellentafel

...	Zehntausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
	5	7	0	3	4
bedeutet	$5 \cdot 10\,000$	$+$ $7 \cdot 1000$	$+$ $0 \cdot 100$	$+$ $3 \cdot 10$	$+$ 4

(LS 5)

Annotations:
 - Blue arrow: Dezimalsystem (points to the table)
 - Black arrow: Prinzip der Bündelung (points to the table)
 - Orange arrow: Prinzip des Stellenwerts (points to the table)
 - Green arrow: additives Prinzip (points to the '+' signs)
 - Pink arrow: multiplikatives Prinzip (points to the multiplication signs)

Fünfersystem. Es baut auf der Grundzahl 5 auf.

Als Stellenwert benutzt man 1; 5; $5 \cdot 5 = 25$; $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$; $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$; ...

Stellentafel:

625	125	25	5	1
2	3	1	0	4

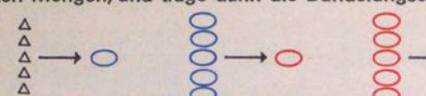
bedeutet $2 \cdot 625 + 3 \cdot 125 + 1 \cdot 25 + 0 \cdot 5 + 4 \cdot 1$

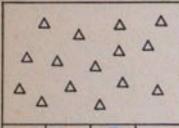
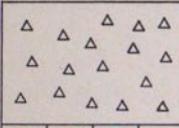
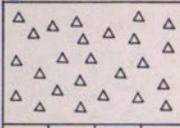
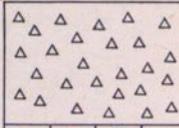
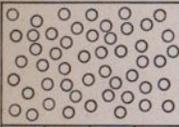
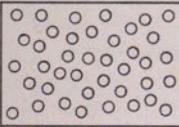
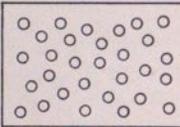
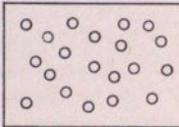
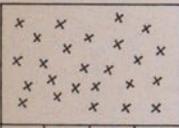
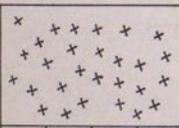
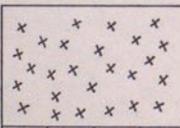
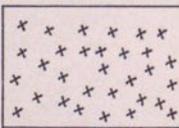
Dafür schreibt man $(23\,104)_5$.

III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Unser Zahlensystem basiert auf 5 **Kennzeichen**:

Bündele die dargestellten Mengen, und trage dann die Bündelungsergebnisse in die Stellentafeln ein!

Bündelungsvorschrift: 

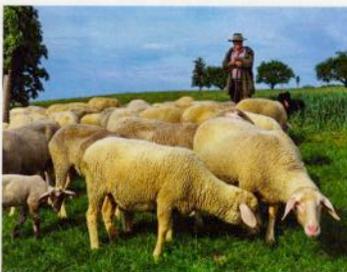
 5 ³ 5 ² 5 ¹ 5 ⁰	 5 ³ 5 ² 5 ¹ 5 ⁰	 5 ³ 5 ² 5 ¹ 5 ⁰	 5 ³ 5 ² 5 ¹ 5 ⁰
 5 ³ 5 ² 5 ¹ 5 ⁰	 5 ³ 5 ² 5 ¹ 5 ⁰	 5 ³ 5 ² 5 ¹ 5 ⁰	 5 ³ 5 ² 5 ¹ 5 ⁰
 5 ³ 5 ² 5 ¹ 5 ⁰	 5 ³ 5 ² 5 ¹ 5 ⁰	 5 ³ 5 ² 5 ¹ 5 ⁰	 5 ³ 5 ² 5 ¹ 5 ⁰

Trage hier die Zahlen (Bündelungsergebnisse) der Größe nach ein!

5 ³	5 ²	5 ¹	5 ⁰

1.1.Ü.11 12

Zehnerbündel



Als die Menschen noch keine Zahlen kannten, nahm ein Hirte ein Stück Holz, wenn er seine Schafe zählen wollte. Für jedes Schaf schnitt er eine Kerbe ein.



Heute werden Zahlen verwendet.

Wie viele Zehner? Wie viele Einer?

1			Z Zehner	E Einer
2			Z Zehner	E Einer
3			Z Zehner	E Einer

tenzen.
mmen-
8

(Wir lernen denken 2, 1972)

(Zahlenbuch 2)

III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Flexibles Verständnis von Stellenwerten für einen verständnisvollen Umgang mit Operationen

Standardteilung der Stellenwerte

ZT	T	H	Z	E
1	6	8	3	2

Zahldarstellung ohne Stellenwerttafel

halbschriftliche Division

Schriftliche Division

➔ Nichtstandard Teilung (streng)

➔ Nichtstandard Teilung (nicht streng)

ZT	T	H	Z	E
	16	8	3	2
	16	8	0	32
	16	0	80	32
...

$$16832 : 4 =$$

$$16T : 4 = 4T$$

$$8H : 4 = 2H$$

$$32E : 4 = 8E$$

ZT	T	H	Z	E
1	5	18	3	2
	14	26	23	2
1	5	14	42	12
...

III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Flexibles Verständnis von Stellenwerten für einen verständnisvollen Umgang mit Operationen

Schriftliche Division

➔ Nichtstandard Teilung (streng)

ZT	T	H	Z	E
	4	0	4	7
3	9	12	27	

Übergang von der halbschriftlichen Division zur schriftlichen Division

Kurzform:

T	H	Z	E	:	3	=	T	H	Z	E
4	0	4	7				1	3	4	9
3										
1	0									
	9									
	1	4								
	1	2								
		2	7							
		2	7							
			0							

Ich teile zuerst **3** T durch 3. Ich erhalte **1** T.
1 T bleibt übrig. Ich nehme die H dazu ↓ **10** H.
 Ich teile **9** H durch 3. Ich erhalte **3** H.
1 H bleibt übrig. Ich nehme die Z dazu ↓ **14** Z.
 Ich teile **12** Z durch 3. Ich erhalte **4** Z.
2 Z bleiben übrig. Ich nehme die E dazu ↓ **27** E.
27 E kann ich ohne Rest durch 3 teilen.
 Das sind **9** E.

III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Flexibles Verständnis von Stellenwerten für einen verständnisvollen Umgang mit Operationen

Standardteilung der Stellenwerte

ZT	T	H	Z	E
1	6	8	3	2

Zahldarstellung ohne Stellenwerttafel

halbschriftliche Division

➔ Nichtstandard Teilung (streng)

ZT	T	H	Z	E
	16	8	3	2
	16	8	0	32
	16	0	80	32
...

Schriftliche Addition und Subtraktion

➔ Nichtstandard Teilung (nicht streng)

Schriftliche Multiplikation

ZT	T	H	Z	E
1	5	18	3	2
	14	26	23	2
1	5	14	42	12
...

Schriftliche Division

III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Flexibles Verständnis von Stellenwerten für einen verständnisvollen Umgang mit Operationen

Auf dem Sparsbuch sind:

H	Z	E
••••	••	•••

Mathias kann 6 Einer nicht abziehen,

1. Schritt

H	Z	E
••••	•	••••••

deshalb wechselt er 1 Zehner in 10 Einer, dann kann er 6 Einer abziehen.

••••	•	••••••
------	---	--------

2. Schritt

H	Z	E
••••	••••••	••••

Auch 1 Hunderter wird gewechselt, um 5 Zehner abziehen zu können.

•••	••••••	••••
-----	--------	------

3. Schritt

H	Z	E
•••	••••••	••••

Hier kann er 2 Hunderter abziehen.

•	••••••	••••
---	--------	------

Verbindung des Prinzips der **Bündelung** mit dem Prinzip des **Stellenwerts**

Darstellungsänderung

Wert der Stelle, Wertänderung



④	H	Z	E
	•••	•••	••

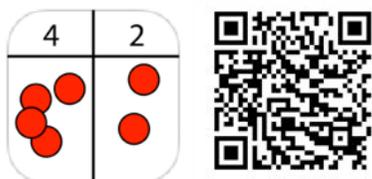
a) Die Zahl heißt _____.

b) Du darfst 1 Plättchen verschieben.

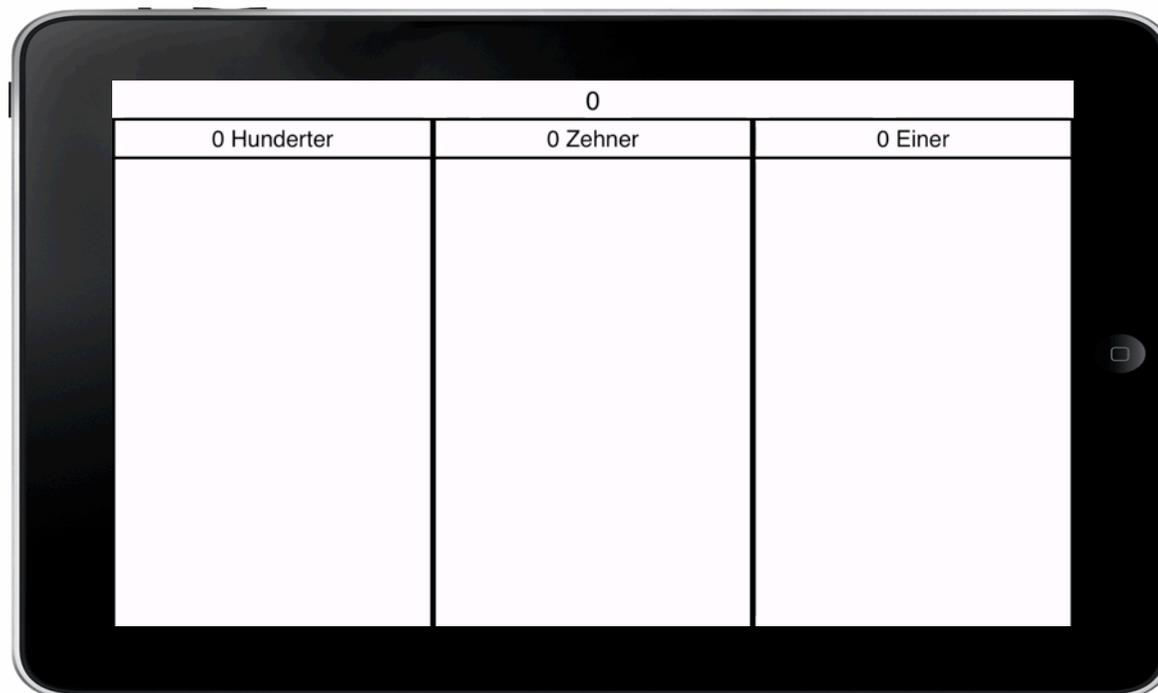
Welche Zahlen können entstehen? _____

III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Verbindung des Prinzips der Bündelung mit dem Prinzip des Stellenwerts



Show total	<input type="checkbox"/>
Spell out	<input type="checkbox"/>
Places	2 >
Fractional Places	0 >
Language	Deutsch >
Base	10 >
Use base for counting	<input type="checkbox"/>
Montessori	<input checked="" type="checkbox"/>
Logging	<input type="checkbox"/>
No headers	<input type="checkbox"/>
Acknowledgements	>



III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Multiplikation und Division mit Zehnerzahlen

! Beim Malnehmen mit 10 rücken alle Ziffern eine Stelle nach links.
Beim Teilen durch 10 rücken alle Ziffern eine Stelle nach rechts.

➔ „Ziffern in der Stellenwerttafel verschieben“



(Das Zahlenbuch Kl. 4)

T	H	Z	E	$234 \cdot 10 = 2340$	T	H	Z	E
	2	3	4	$2340 : 10 = 234$	2	3	4	0

Um eine Dezimalzahl mit einer Zehnerpotenz (10, 100, 1000, ...) zu **multiplizieren**, musst du das Komma um die Anzahl der Nullen dieser Zehnerpotenz nach rechts verschieben. Die Ziffernfolge bleibt unverändert.
Um eine Dezimalzahl durch eine Zehnerpotenz (10, 100, 1000, ...) zu **dividieren**, musst du das Komma um die Anzahl der Nullen dieser Zehnerpotenz nach links verschieben. Die Ziffernfolge bleibt unverändert.

Beispiele

a)

	H	Z	E, z	h	t	
:10 ↶	3	4	2			↷ ·10
:10 ↶		3	4	2		↷ ·10
:10 ↶			3	4	2	↷ ·10

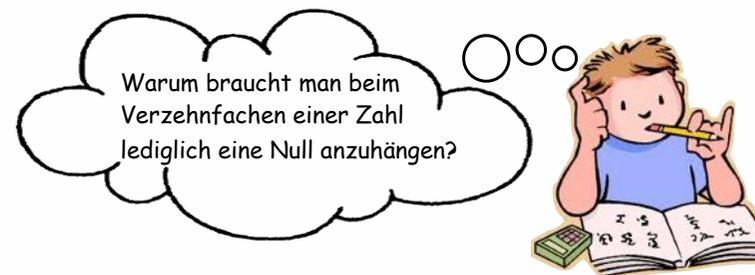
b)

➔ „Komma verschieben“

(Mathe live Kl. 6)

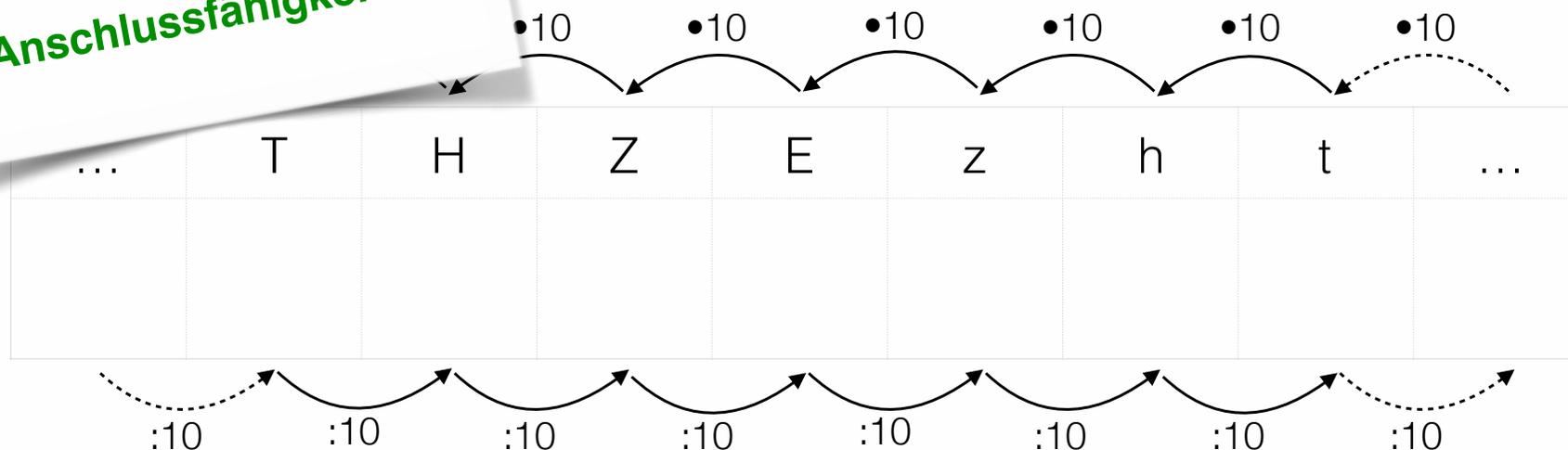
III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Multiplikation und Division mit Zehnerzahlen



„Die Schülerinnen und Schüler müssen das **Prinzip der dezimalen Unterteilung als konstituierendes Grundprinzip** erkennen und anschauliche Vorstellungen mit den Stellenwerten verbinden, anstatt sie rein formal als Begriff auswendig zu lernen.“ (Heckmann 2006, S. 48)

Anschlussfähigkeit!!!

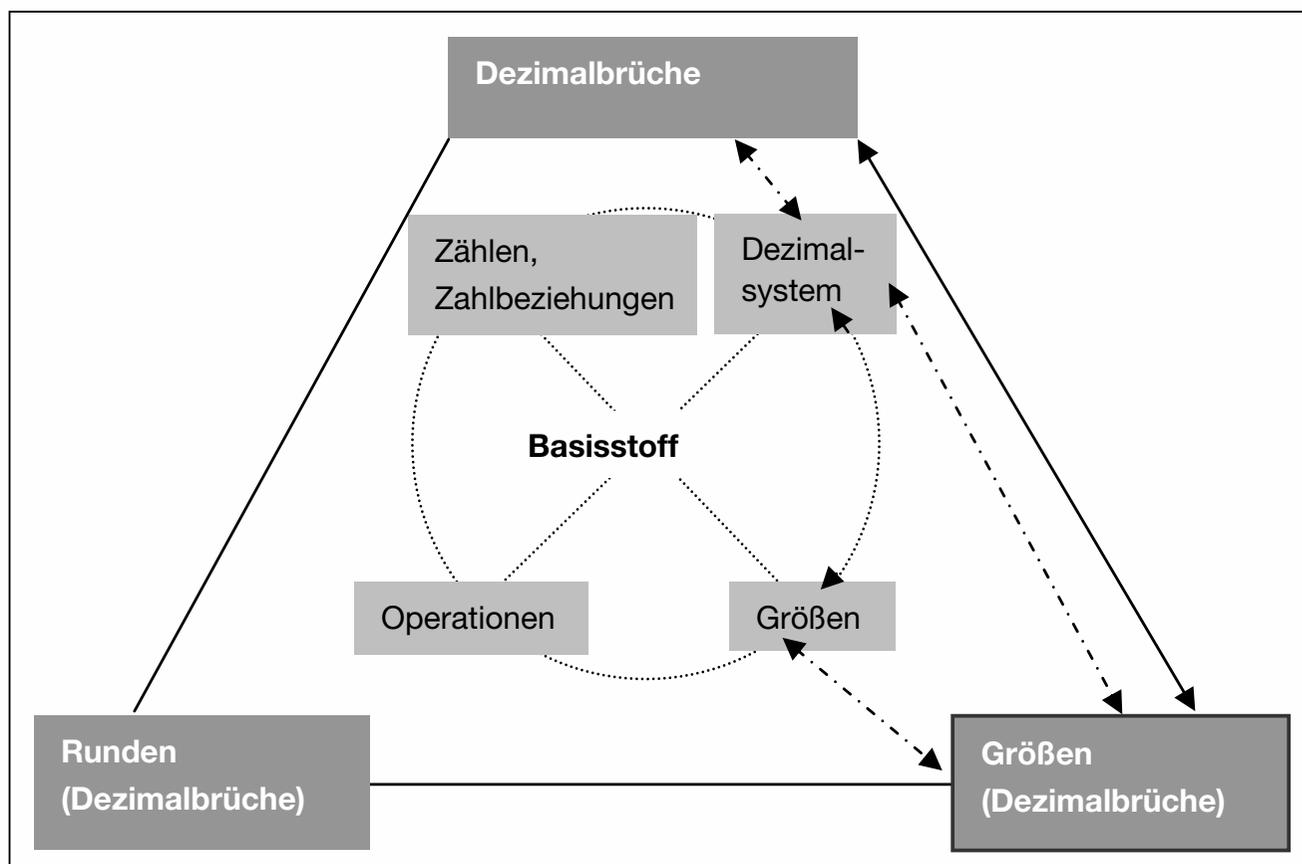


vgl. Heckmann (2006),
Ladel & Kortenkamp (2015)

III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Dezimalzahlen

Vernetzung „Basisstoff und weiterführende Themen“:



Ladel & Kortenkamp (2015),
Schmassmann (2009)

III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Dezimalzahlen

Komma als Trennzeichen zwischen verschiedenen Größeneinheiten

→ Komma-trennt-Strategie

Klasse 2 und 3: Kommaschreibweise bei Geldbeträgen

Wie viel Euro? Schreibe den Betrag in eine Stellentafel und mit Komma.



7a)	10 €	1 €	10 ct	1 ct	
	2	1	0	5	21,05 €



100 Cent = 1,00 Euro
10 Cent = 0,10 Euro
1 Cent = 0,01 Euro

(Das Zahlenbuch Kl. 3)



Sprechweisen

„ein Euro fünfundfünfzig Cent“
„ein Euro fünfundfünfzig“
„eins Komma fünf fünf Euro“
„einsfünfundfünfzig“

(Das Zahlenbuch Kl. 3)

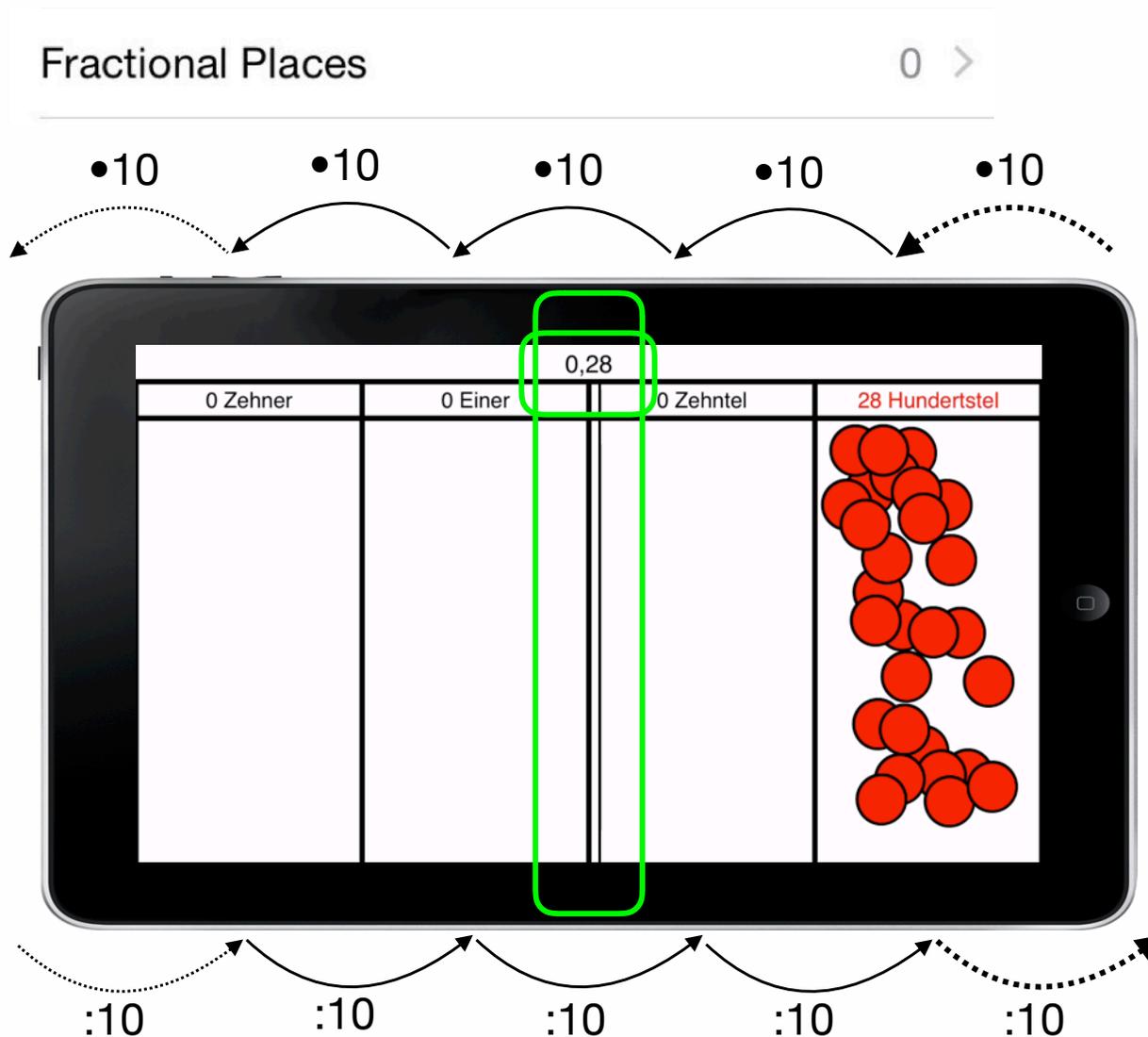
16 Tobias sagt: „Null Komma fünfzehn ist größer als Null Komma sieben.“
Was sagst du dazu? Warum ist die Sprechweise von Tobias problematisch?

(Mathe live 6)

→ **Anschlussfähiges Material**

III Anschlussfähige Grundvorstellung zum Stellenwertverständnis

Dezimalzahlen



Kleiner (<), größer (>) oder gleich (=)?

- a) 70 z 7 h
- b) 80 h 8 z
- c) 90 E 900 z
- d) 4 Z 4 z

Schreibe als „Dezimalzahl“

- a) 3 z 15 h = _____
- b) 20 t 45 h = _____
- c) 88 h 3 E = _____
- d) 7 z 30 t = _____

Z	E	z	h	t
	3	7	14	

Also heißt die Zahl 3,714 oder?



Digitalisierung im Mathematikunterricht

Kompetente Auswahl und sinnvolle Nutzung

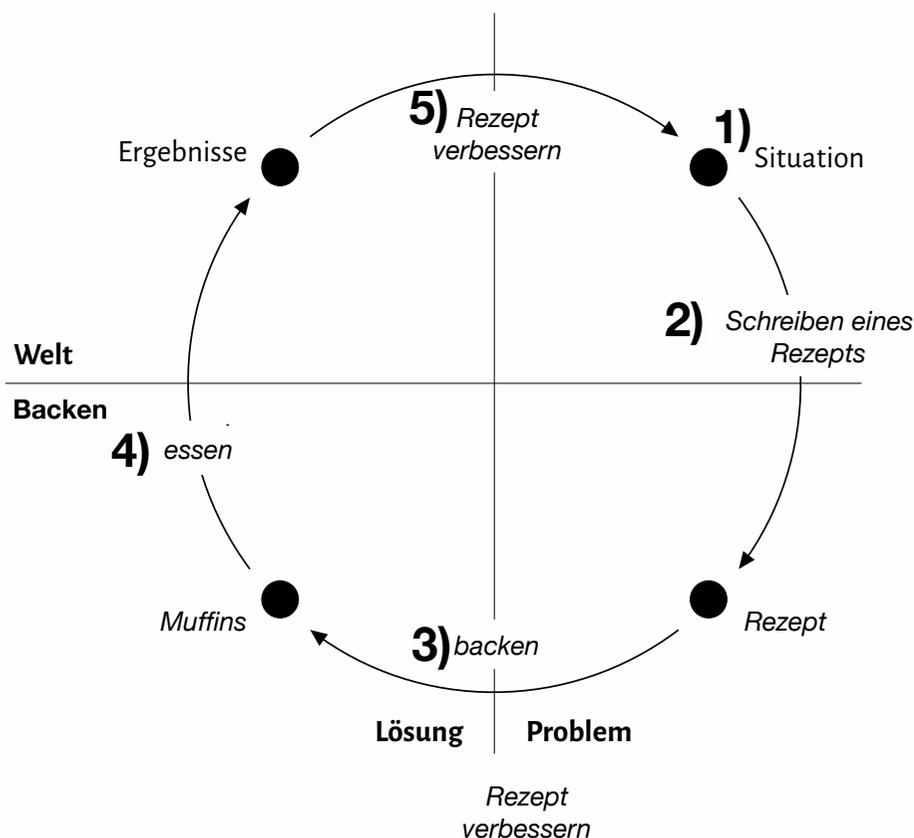
Konkrete Beispiele

Stellenwertverständnis

Algorithmisches Denken

III Algorithmisches Denken

Modellierungskreislauf im Alltag:

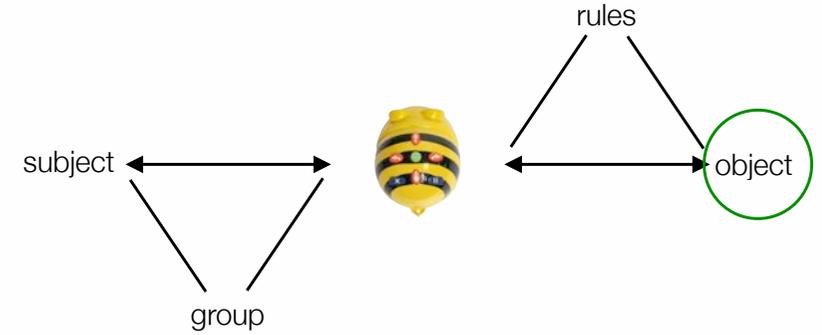


Beispiel aus dem Alltag in Alltagssprache:

- 1) Situation:
Ich möchte Schokomuffins backen, weiß aber nicht, wie das geht.
- 2) Formalisierung in Form eines Rezepts.
- 3) Verarbeitung und Lösung des Problems:
Backen der Schokomuffins nach vorgeschriebenem Rezept.
- 4) Interpretation:
Sind Schokomuffins entstanden?
- 5) Bewertung der Lösungsrepräsentation:
Schmecken die Schokomuffins?

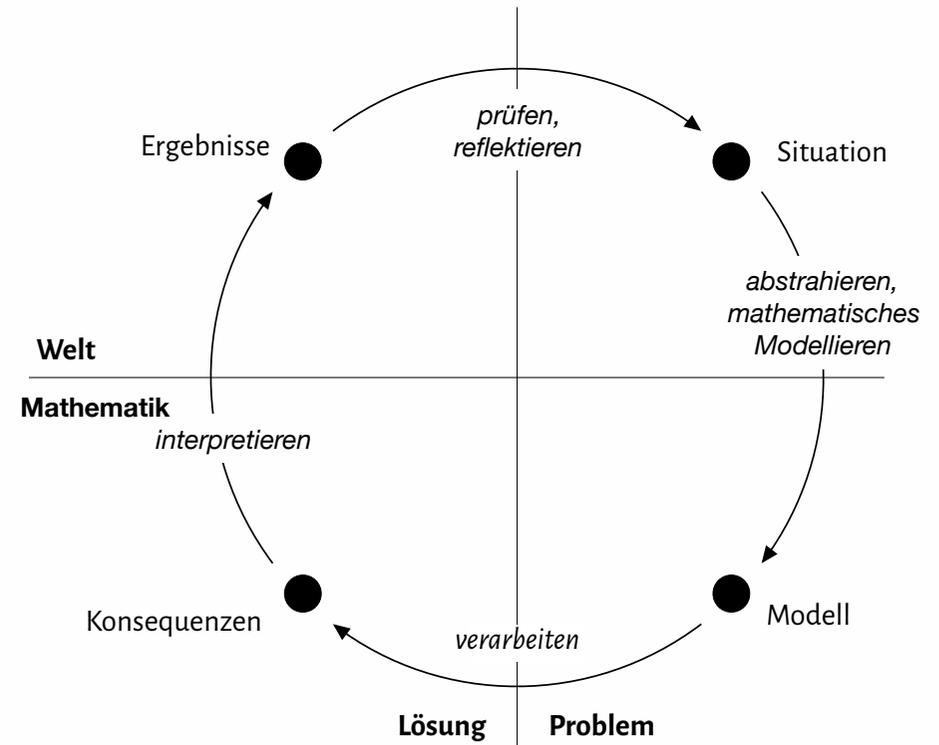
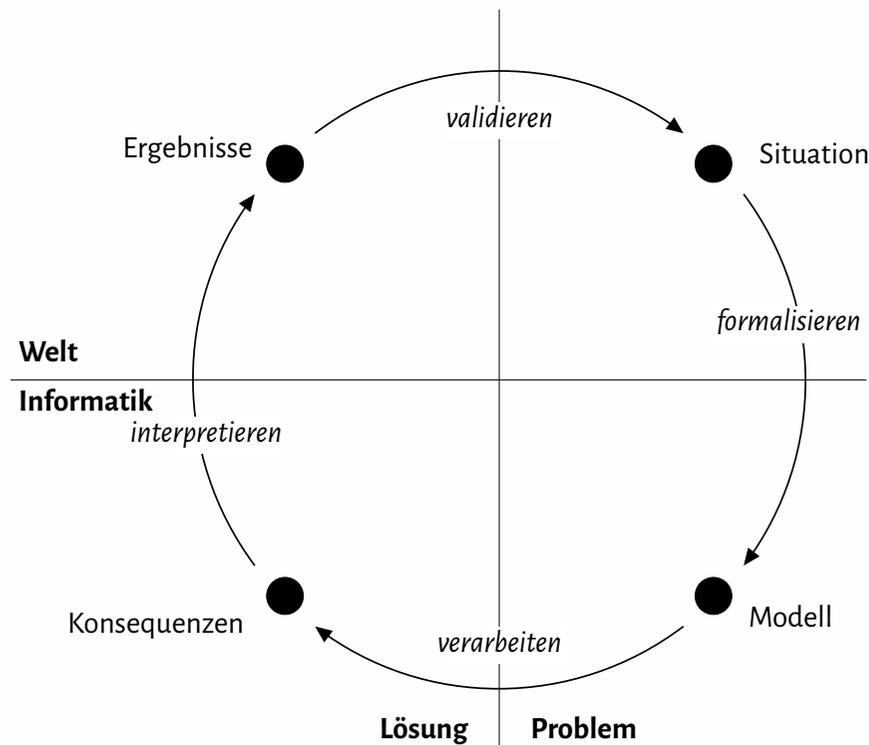
Optimierung:
Was muss am Rezept geändert werden, damit die Schokomuffins besser gelingen?

III Algorithmisches Denken



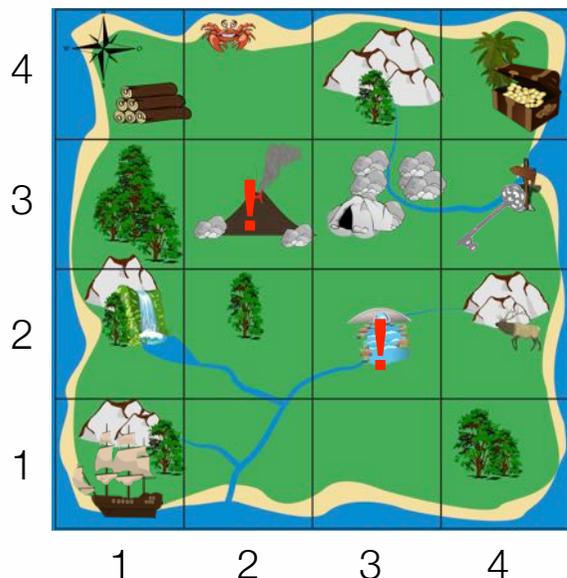
Informatischer Modellierungskreislauf:

Mathematischer Modellierungskreislauf:



III Algorithmisches Denken

Beispiel in der Programmiersprache für den Bee-Bot:



- 1) Situation:
Ich möchte, dass die Biene den Weg vom Piratenschiff zum Schatz findet. Dazu muss sie zuerst den Schlüssel für den Schatz einsammeln. Die Biene darf aber nicht geradeaus laufen. Außerdem darf sie die Felder mit dem ! nicht betreten.

- 2) Formalisierung in Form der Programmiersprache:

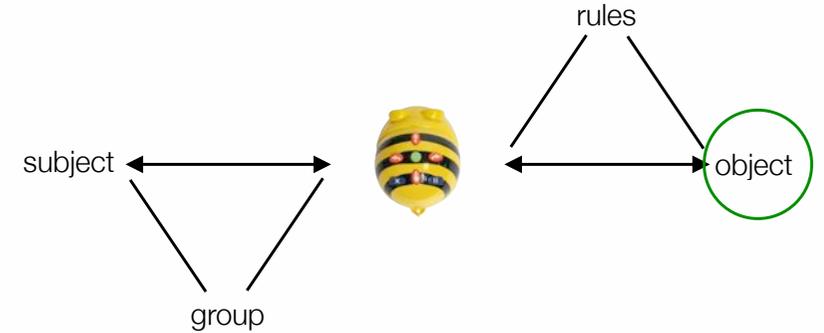


- 3) Verarbeitung und Lösung des Problems:
Programmierung der Biene und ausführen des Programms.
- 4) Interpretation:
Ist die Biene am Piratenschatz angekommen?
- 5) Bewertung der Lösungsrepräsentation:
Läuft die Biene mit dem Schlüssel zum Piratenschatz, ohne vorwärts zu laufen und die Felder mit dem ! zu betreten?

Optimierung:
Kann die Anweisung verkürzt werden?

III Algorithmisches Denken

Problemlösen, Koordinatensystem



seither: Wege im Koordinatensystem, problemhaltige Rahmenstory

neu: Motivation durch spielerischen Einsatz von Robotern

- ➔ Problemlösung in Form eines Algorithmus
- ➔ Strukturiertes Vorgehen
- ➔ Formalisierung in „Programmiersprache“

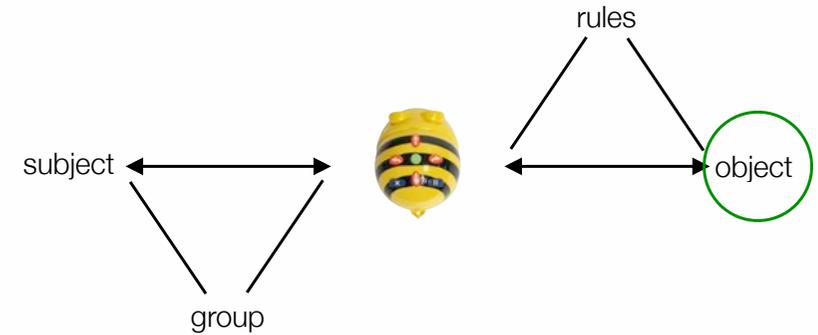




III Algorithmisches Denken

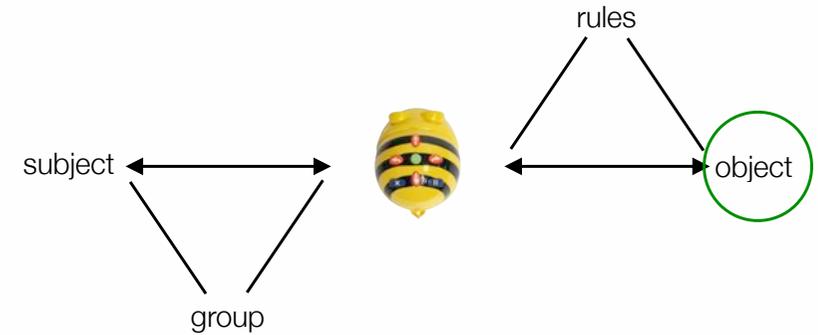
Lernumgebungen mit programmierbaren Robotern können ...

- die Entwicklung von Problemlösestrategien fördern
- die Fähigkeit Fehler zu finden und zu korrigieren stärken
- das analytische und logische Denken fördern
- das kollaborative Arbeiten fördern
- die Kommunikations- und Diskussionsfähigkeit stärken
- bei der Entwicklung des räumlichen Denkens helfen



III Algorithmisches Denken

Problemlösen, Umgang mit Daten, funktionale Zusammenhänge



seither: Einbezug der Lebenswelt der Kinder

neu: Motivation durch spielerischen Einsatz von Robotern

Versuch Nr.	Vorwärts fahren (cm)	Leistung Katapult (%)	Erfolg?	Beobachtungen

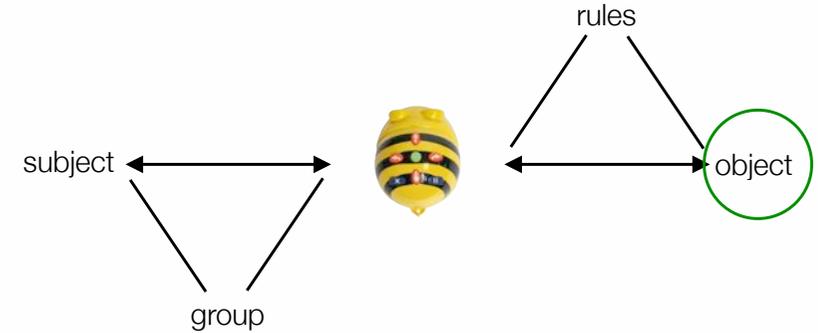


Informatische Grundkompetenz:
Erstellen von Sequenzen und Parametern



III Algorithmisches Denken

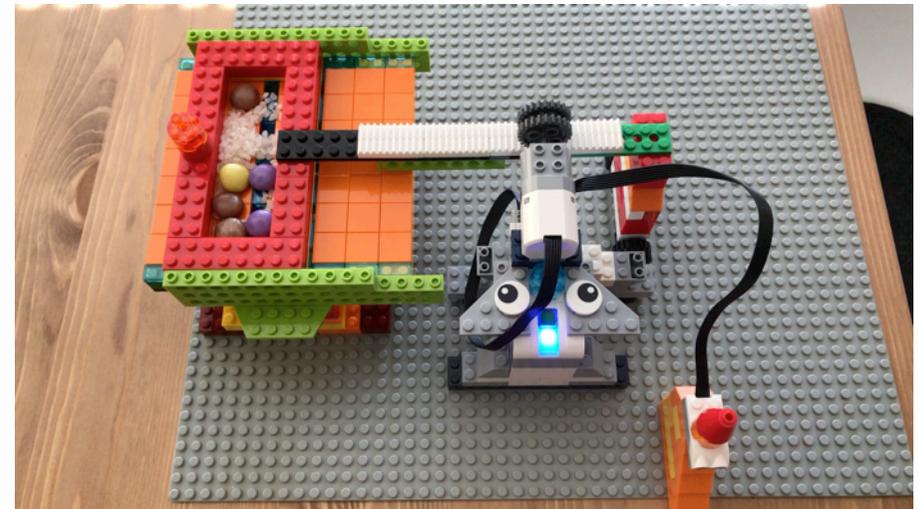
Problemlösen, Umgang mit Daten, funktionale Zusammenhänge



seither: Anleitungen lesen und verstehen

neu: Motivation durch spielerischen Einsatz von Robotern

Versuch Nr.	Motorleistung 	Motorlaufzeit 	Erfolg?	Beobachtungen (Warum hat es funktioniert/ warum nicht? Was ändert ihr?)



Informatische Grundkompetenz:
Erstellen von Sequenzen und Parametern



Motorleistung Motorlaufzeit Motor aus Motor in diese Richtung starten Motor in jene Richtung starten



Fazit

- ➔ Die Digitalisierung ist eine Herausforderung und bietet gleichzeitig großes **Potenzial** zur Unterstützung mathematischer Kompetenzen.

... Deshalb gilt es dieses Potenzial zu eruieren und es für mathematische Lehr- und Lernprozesse **nutzbar** zu **machen**.

- ➔ Der **zielorientierte Einsatz** qualitativ hochwertiger Software in der Hand einer **kompetenten Lehrperson** ist entscheidend für die sinnvolle Nutzung digitaler Medien.

... Deshalb ist die **Integration** digitaler Medien unter fachlichen und fachdidaktischen Gesichtspunkten bereits **in die Aus- und Fortbildung** unabdingbar.

- ➔ Programmierbare Roboter bieten eine Möglichkeit den **Erwerb algorithmischen Denkens und Problemlösefähigkeiten** zu unterstützen.

... Dies gilt es weiter zu erforschen und als **eine mögliche Alternative** neben anderen zum Kompetenzerwerb nutzen.



Vielen Dank

für

Ihre Aufmerksamkeit!