

Mathematik

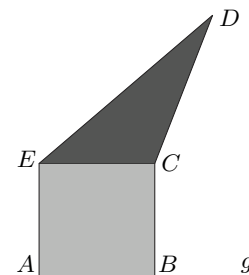
Falls Ihre Prüfung 20 Minuten dauert, sollten Sie drei oder mehr Aufgaben behandeln.

Falls Ihre Prüfung 40 Minuten dauert, sollten Sie fünf oder mehr Aufgaben behandeln.

Taschenrechner und Formelsammlung sind nicht erlaubt (und auch nicht nötig). Begründen Sie Ihre Antworten. Viel Erfolg!

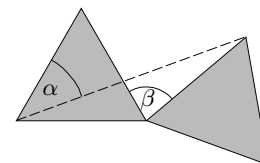
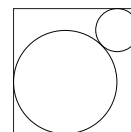
Aufgabe 1

- (a) Das hellgraue Quadrat hat die Seitenlänge 4 cm und den selben Umfang wie das dunkelgraue Dreieck. Wie gross ist der Umfang des Fünfecks $ABCDE$?
- (b) Das hellgraue Quadrat hat die Seitenlänge 4 cm und die selbe Fläche wie das dunkelgraue Dreieck. In welcher Höhe über der Geraden g liegt D ?



Aufgabe 2

- (a) Zwei sich von aussen berührende Kreise sind einem Quadrat der Seitenlänge 1 cm eingeschrieben. Wie gross ist die Summe der Radien der beiden Kreise?
- (b) Die beiden hellgrauen gleichseitigen Dreiecke sind kongruent und $\beta = 70^\circ$. Wie gross ist der Winkel α ?



Aufgabe 3

a_k bezeichne die Summe der ersten k ungeraden Zahlen. Also:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1, \\ a_2 &= 1 + 3, \\ a_3 &= 1 + 3 + 5, \text{ usw.} \end{aligned}$$

Man berechne a_1, a_2, a_3 und a_4 . Welche Vermutung drängt sich auf? Man beweise diese Vermutung (z.B. mit Induktion oder mit einem geometrischen Argument).

Aufgabe 4

- (a) Man vereinfache die folgenden Ausdrücke:

$$\sqrt{4ab + (a - b)^2} \qquad \frac{ab^2(a^3)^4}{\left(\frac{a}{b}\right)^5}$$

- (b) Die Zahlen a und b sind grösser als 1. Welcher der folgenden Brüche ist der grösste?

$$\frac{a}{b-1}, \quad \frac{a}{b+1}, \quad \frac{2a}{2b+1}, \quad \frac{2a}{2b-1}, \quad \frac{3a}{3b+1}$$

Aufgabe 5

- (a) Bei wie vielen zweistelligen Zahlen ist die Einer-Ziffer grösser als die Zehner-Ziffer?
- (b) Wir würfeln zweimal hintereinander. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Produkt der beiden Augenzahlen grösser ist als deren Summe?

Bitte wenden

Aufgabe 6

Sei $p(x) = 2 + x$.

- (a) Man berechne $p(x)^2$ und $p(p(x))$ (beide Ausdrücke ausmultiplizieren).
- (b) Für welche x ist $p(x)^2$ viermal so gross wie $p(p(x))$?

Aufgabe 7

- (a) Alice hat gleich viele Brüder wie Schwestern. Ihr Bruder Bob hat doppelt so viele Schwestern wie Brüder. Wieviele Kinder gibt es in dieser Familie?
- (b) Wie viele Lösungen hat das folgende Gleichungssystem?

$$\begin{aligned}x - 2y &= -2 \\ -2x + 4y &= -4\end{aligned}$$

Aufgabe 8

In der x - y -Ebene sind die Punkte $P = (1, 0)$, $Q = (2, 1)$ und $R = (3, 2)$ gegeben.

- (a) Liegt Q auf der Geraden g durch die Punkte P und R ?
- (b) Die Senkrechte h zu g durch Q kann durch eine Gleichung der Form $y = ax + b$ beschrieben werden. Bestimmen Sie a und b .

Aufgabe 9

Eine Kurve in der x - y -Ebene wird durch die Gleichung $y = x^2 + 2x - 3$ beschrieben.

- (a) Bestimmen Sie die Schnittpunkte der Kurve mit der x - und mit der y -Achse.
- (b) In welchem Punkt auf der Kurve wird der kleinste y -Wert angenommen?

Aufgabe 10

Unten ist der Graph einer Funktion $y = f(x)$ dargestellt. Skizzieren Sie die Graphen folgender Funktionen:

- (a) $f(2x)$ (b) $f(x) - 1$ (c) $f(x - 1)$ (d) $\frac{1}{2}f(x)$ (e) $f(-x)$

