

**Konferenz Übergang Gymnasium – Universität,  
Ascona, 24.-27.10.2010**

**Schlussdokument Grundlagenfach Mathematik,  
z.H. der KGU**

**1. Zweck des gymnasialen Unterrichtes im Grundlagenfach Mathematik**

Gemäss MAR Art. 5 (EDK, 1995) soll der gymnasiale Unterricht im Grundlagenfach Mathematik vor allem dem Erlangen einer vertieften, aber breiten Allgemeinbildung und der allgemeinen Hochschulreife / Studierfähigkeit dienen.

Das Ziel der „allgemeinen Hochschulreife / Studierfähigkeit“ bedeutet - natürlich nur im Zusammenhang mit dem Grundlagenfach Mathematik - schwergewichtig die Forderung nach

- angemessener Beherrschung von und verständigem Umgang mit ausgewählten mathematischen Sachthemen und Techniken aus den Bereichen Algebra, Geometrie, Analysis, numerische Verfahren, Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik;
- entsprechendem Erkennen und Verwenden mathematischer Strukturen und Zusammenhänge, Analogien und Symmetrien;
- adäquatem Abstrahieren / Modellbilden und Anwenden der Mathematik in typischen Situationen;
- Schulen und Schärfen des für die Mathematik charakteristischen systematischen, logischen Denkens und Argumentierens, insbesondere das Unterscheiden-, Nutzbarmachen- und Beurteilenkönnen von Hypothesen, Sätzen, Beweisen und das Untersuchen exemplarischer Situationen;
- einem gewissen Grad von Selbständigkeit im Umgang mit mathematischen Sachverhalten.

Zur Erreichung der vertieften, aber breiten Allgemeinbildung gehört aus Sicht des Grundlagenfachs Mathematik ebenfalls:

- ein adäquater Überblick über die wichtigsten Grundzüge der mathematischen Kulturgeschichte, d.h. exemplarische Einblicke in und ein Grundverständnis für wesentliche Fragen und Epochen der Mathematikgeschichte (z.B. Euklidische und Nichteuklidische Geometrie);
- eine Wertschätzung für die der Mathematik innewohnende Kreativität.

**2. Bedeutung des gymnasialen Unterrichtes im Grundlagenfach Mathematik für die gesamte Schnittstelle Gymnasium – Universität**

Da ausreichende mathematische Kenntnisse eine der wesentlichen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studienbeginn nicht nur in Fächern wie Mathematik, Physik, Chemie, Biologie, Ingenieurwissenschaften, Informatik, Geographie, sondern in zunehmendem Masse auch in vielen weiteren Fächern wie Soziologie, Psychologie, Wirtschaftswissenschaften, etc. bilden, sind diese Kenntnisse, zusammen mit einer hinreichenden Beherrschung der Erstsprache, der Hauptschlüssel für einen erfolgreichen Studienbeginn für die überwiegende Mehrheit aller Studenten (Eberle et al., 2008).

**3. Schnittstelle Gymnasium – Universität betreffend Grundlagenfach Mathematik:  
Zusammenfassende Darstellung des Ist-Zustandes**

**3.1. Ist-Zustand im Grundlagenfach Mathematik**

Die Gesamtwochenlektionenzahl im Grundlagenfach Mathematik des (Kurzzeit)Gymnasiums <sup>1</sup> weist schweizweit - aufgrund unterschiedlicher Dauer und Stundendotationen des (Kurzzeit)Gymnasiums - eine breite Streuung auf: Von 12 bis 23.

---

<sup>1</sup> Darunter verstehen wir die Summe der Jahreswochenlektionen im Grundlagenfach Mathematik, von der ersten bis zur letzten Klasse des (Kurzzeit)Gymnasiums.

Trotz der weitverbreiteten Verkürzung der Gymnasialdauer um ein halbes bis ein Jahr ist der Rahmenlehrplan nicht angepasst worden. Die kantonalen oder schulinternen Lehrpläne tragen dieser Verkürzung selten Rechnung. D.h., die Lehrpläne schaffen Vorgaben, welche in der Regel kaum mehr erfüllbar sind.

Der mit den Hochschuldozenten abgesprochene DMK-Katalog über die Grundkenntnisse in Mathematik (DMK/CRM, 1998) trägt zur zusätzlichen Klärung der Lerninhalte bei; Hinweise zum anvisierten Kompetenzniveau gibt er keine.

Fehlende Unterrichtszeit führt dazu, dass in der Regel in Mathematikprüfungen vorwiegend Rechentechnik getestet wird. Verständnis sowie detailliertere Begründungen für die Richtigkeit der Vorgehensweise, das Darlegen von Beweisen für zentrale theoretische Aussagen und Ähnliches mehr werden hingegen selten eingefordert.

Gerade auch aufgrund der unterschiedlichen Gesamtwochenlektionenzahlen im Grundlagenfach Mathematik weisen die schriftlichen Mathematik-Maturaprüfungen eine breite Streuung von Lerninhalten und Kompetenzniveaus auf. Und gemäss EVAMAR II (Eberle et al., 2008) verfügen die Maturanden von Gymnasien mit nur 3-jähriger Mindstdauer über klar schlechtere Mathematik-Kompetenzen als jene von Gymnasien mit mindestens 4-jähriger Dauer, insbesondere in der Romandie.

Der Mathematik-Unterricht wird von gut ausgebildeten und verantwortungsbewussten Lehrkräften erteilt.

Der Einsatz von CAS-Rechnern erfolgt sehr heterogen, d.h. die Schwerpunkte werden von den verschiedenen Schulen und von den einzelnen Lehrkräften sehr unterschiedlich gesetzt.

### **3.2. Ist-Zustand im universitären Anfangsunterricht Mathematik**

Die Hochschulen verlangen ein inhaltliches Verständnis für mathematische Begriffe und Konzepte. Die Vernetzung von unterschiedlichem fachspezifischem Wissen sowie die Fähigkeit, mit Wissen flexibel umgehen zu können, sind wichtig. Maturanden sollten sich selbständig einen Zugang zu mathematischen Texten erschliessen können. Bei vielen angehenden Studenten stellen die Hochschulen entsprechende Mängel fest.

Die Hochschulen erwarten umfassende manuelle Fähigkeiten im algebraischen Rechnen, welche die Maturanden öfter nicht mehr mitbringen. Konkreter: Studierende, die Mathematikvorlesungen im ersten Studienjahr mit Erfolg absolvieren wollen, müssen einfache bis mittelschwere algebraische Rechnungen verstehen und selber sicher von Hand durchführen können.

In der Mathematik wird begründet und bewiesen. Dazu müssen Studierende z.B.

- Hypothesen und Sätze auseinanderhalten können.
- den Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Bedingungen kennen.

Mathematische Sachverhalte sollten sowohl mathematisch-präzise als auch nicht-formal, in eigenen Worten ausgedrückt werden können.

Das Verständnis funktionaler Zusammenhänge wird in vielen Studienrichtungen von Anfang an vorausgesetzt. Zum Beispiel wird in den naturwissenschaftlichen Richtungen und in den Wirtschaftswissenschaften vom ersten Tag an ein solides Verständnis von Funktionen erwartet (Graphen, Grenzwerte, Ableitung, ...).

Fundierte Vorkenntnisse in Vektorrechnung werden in naturwissenschaftlichen und vor allem in Ingenieurstudiengängen von Beginn weg vorausgesetzt.

In vielen scheinbar mathematikfernen Studiengängen (Biologie, Psychologie, Soziologie, ...) werden grundlegende Kenntnisse in Statistik vorausgesetzt (oder diese in sehr kurzer Zeit eingeführt).

Viele Studenten haben ein ambivalentes Verhältnis zur Mathematik.

An manchen Universitäten gibt es verschiedene Angebote, um den Übergang vom Gymnasium zur Universität im Hinblick auf die mathematischen Anforderungen zu erleichtern, wie z.B. das Studium mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten, Vorkurse unmittelbar vor Studienbeginn oder fakultative zusätzliche Übungen zu den regulären Mathematik-Lehrveranstaltungen. Sie stossen bei zahlreichen Studierenden auf grosses Interesse.

### **3.3. Hauptprobleme an der Schnittstelle**

Studenten werden zu Beginn des Studiums häufig mit zu hohen Ansprüchen konfrontiert. Insbesondere haben viele Studienanfänger Schwierigkeiten, sich auf das neue, viel höhere Tempo und an den geforderten Grad an Selbständigkeit einzustellen.

Die gymnasiale Mathematik ist häufig zu kalkülorientiert; auf Hochschuleseite wird jedoch auch auf ein semantisches und auf ein syntaktisches formal-deduktives Mathematikverständnis Wert gelegt (d.h. sowohl Bedeutung und Zusammenhänge mathematischer Sachverhalte als auch formal korrekte Ausdrucksweise und Rechentechnik sind relevant).

Je „mathematischer“ der Studiengang, desto grösser ist der Unterschied zwischen der gymnasial-mathematischen und der hochschul-mathematischen Fachsprache, da sich erstere meist wenig von den normalen Gepflogenheiten der Erstsprache unterscheidet, letztere hingegen in einem hohen Masse, um mit speziellem und hochpräzisem Vokabular zu prägnanten Formulierungen zu gelangen.

Die breit zu beobachtende Heterogenität des Maturanden-Vorwissens macht es den Hochschuldozenten schwierig, von adäquater fachlicher Basis startend ihre 1.-Semester-Kurse zu führen.

Häufig setzen die Hochschuldozenten Kenntnisse aus der Statistik voraus, über welche viele Studenten nicht verfügen.

Viele Gymnasiallehrer kennen die Erwartungen, welche die Universitäten an die Adresse der Maturanden hegen, zu wenig genau (Arbeitsgruppe HSGYM, 2008; Eberle et al., 2008). Insbesondere besteht Verunsicherung darüber, welche mathematischen Tätigkeiten zwingend von Hand beherrscht werden resp. für welche CAS-Rechner oder ähnliche Systeme eingesetzt werden sollten. Umgekehrt sind viele Hochschuldozenten zu wenig genau über die von den Maturanden zu erwartenden mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse informiert.

Den Bedürfnissen von Hochbegabten könnte mehr Rechnung getragen werden.

## **4. Schnittstelle Gymnasium – Universität betreffend Grundlagenfach Mathematik: Empfehlungen und Erwartungen**

### **4.1. Zu Handen von Gymnasien und Universitäten**

Aufbau und Pflege einer engen, partnerschaftlichen Zusammenarbeit (Expertentätigkeit von Hochschuldozenten an Maturaprüfungen, Mitbetreuen von Maturaarbeiten, nach Möglichkeit Einbezug von Gymnasiallehrern in den universitären Studienbetrieb, ...). Insbesondere soll die Konferenz „Übergang Gymnasium – Universität“ periodisch wiederholt werden (z.B. in Bern, alle 2 Jahre).

„Treffpunkte Mathematik am Übergang Gymnasium - Universität“ (u.a. Einsatz von Computer-Systemen):

- Überarbeitung des DMK-Kataloges (DMK/CRM, 1998). In gegenseitiger Absprache und unter Berücksichtigung der verschiedenen Bedürfnisse soll die Gewichtung der verschiedenen Anforderungen überprüft und angepasst werden. Insbesondere sollen dem Anwendenkönnen der Mathematik in typischen, exemplarischen Bereichen und auch dem allgemeinbildenden Charakter des gymnasialen Mathematikunterrichts (u.a. Mathematik als Kulturgut) gebührend Beachtung geschenkt werden.
- Es ist zu erwarten, dass die Realisierung des Kataloges „Treffpunkte ...“ (u.a. vermehrte Betonung semantischer Aspekte; Förderung der Selbständigkeit; ...) mindestens ein 4-jähriges (Kurzzeit) Gymnasium mit 20 Gesamtwochenlektionen erfordert. Die Verluste bei geringerer Dauer und

- weniger Gesamtwochenlektionen sind klar zu bezeichnen.
- In der Neufassung soll auch festgehalten werden, welche Grundfertigkeiten Maturandinnen und Maturanden künftig ohne den Einsatz von CAS oder ähnlichen Systemen beherrschen müssen.
- Umsetzung: Eine breit abgestützte Gruppe aus Vertretern von DMK/CRM/CMSI und der Hochschulen soll den DMK-Katalog überarbeiten und bei den Gymnasien und Hochschulen schliesslich in eine Vernehmlassung geben. Aufgrund der resultierenden Schlussversion, herausgegeben von VSG und VSH, sollten dann empfehlungsgemäss gegebenenfalls die Lehrpläne der Gymnasien angepasst werden. Die Finanzierung dieser Arbeiten muss sichergestellt werden.

Den Bedürfnissen von Hochbegabten ist durch geeignete Massnahmen Rechnung zu tragen.

#### **4.2. Zusätzlich zu Händen der Universitäten**

Die Hochschulen achten darauf, dass diejenigen Dozenten, welche Anfängervorlesungen mit mathematischen Inhalten durchführen, den Katalog „Treffpunkte ...“ berücksichtigen.

Im Rahmen der Lehreraus- und Weiterbildung sollte den folgenden Aspekten vermehrt Beachtung geschenkt werden:

- Vermittlung mathematisch-semantischer Inhalte statt Fokussierung auf den Kalkül.
- Förderung der Schüler im selbständigen Umgang mit Mathematik.
- Ausbildung im Einsatz von CAS-Rechnern und ähnlichen Systemen. Didaktik eines entsprechend angepassten Mathematik-Unterrichtes.
- Ausreichender Überblick über die wichtigsten Grundzüge der mathematischen Kulturgeschichte.
- Didaktik der Statistik.
- Umgang mit den besonderen Ansprüchen beim Betreuen von Maturaarbeiten.

Der Effekt bzw. die Vor- und Nachteile der angebotenen Kurse oder Massnahmen, welche die Universitäten zur Erleichterung des Übergangs vom Gymnasium zur Universität anbieten, sind zu analysieren; denn es bestehen Bedenken sowohl von Seiten der Universitäten als auch der Gymnasien. Insbesondere sollen diese Kurse nicht das Einfordern einer hohen Leistungsbereitschaft der Schüler in den gymnasialen Mathematikkursen behindern.

#### **4.3. Zusätzlich zu Händen der Gymnasien**

Die Gymnasien richten ihre Mathematik-Lehrpläne u.a. auf den Katalog „Treffpunkte ...“ aus.

Insbesondere

- sollen im Mathematikunterricht und in den Prüfungen vermehrt mathematisch-semantische Inhalte vermittelt und eingefordert werden, speziell an den mündlichen Maturaprüfungen.
- soll die Selbständigkeit der Schüler im Umgang mit Mathematik gefördert werden, gerade auch im Sinne wissenschafts-propädeutischen Unterrichtes.
- sollen wesentliche Teile der mathematischen Kulturgeschichte und ausreichende Kenntnisse in Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik vermittelt werden.

Die Gymnasien unterstützen die Weiterbildung ihrer Mathematik-Lehrkräfte und sorgen für einen ausreichenden Dialog innerhalb der Mathematik-Fachschaften.

#### **4.4. Zu Händen der politischen Behörden**

Dotation des Grundlagenfaches Mathematik am (Kurzzeit)Gymnasium:  
Mindestens 4 Jahre à 5 Lektionen (oder 20 Gesamtwochenlektionen), um die „Treffpunkte“ (Studierfähigkeit, insbesondere Selbständigkeit im Umgang mit Mathematik) realisieren zu können.

Direkter Dialog zwischen Gymnasien und Universitäten statt Einheitsmatura:

Der direkte Dialog führt zu einer Qualitätssteigerung. Eine Einheitsmatura hingegen würde zwar möglicherweise für eine Homogenisierung sorgen, wegen der damit verbundenen Nivellierung jedoch zu einem klaren Qualitätsverlust führen.

Promotionsnormen während der Gymnasialzeit resp. Bestehensnormen für die Maturaprüfung:  
Das Grundlagenfach Mathematik soll gemäss seiner breiten Bedeutung für die allgemeine Studierfähigkeit (Eberle et al., 2008) in den Bestehensnormen aufgewertet werden (z.B. doppelte Zählung von Mathematik und Erstsprache, ...).

Die Kantone unterstützen die Erarbeitung der „Treffpunkte ...“ und die Weiterbildung ihrer Mathematik-Lehrkräfte ideell und finanziell.

## **5. Literaturverzeichnis**

Arbeitsgruppe HSGYM (Hrsg.). (2008). *Hochschulreife und Studierfähigkeit: Zürcher Dialog an der Schnittstelle mit Analysen und Empfehlungen zu 25 Fachbereichen*. Zürich: Universität Zürich, ETH Zürich, Schulleiterkonferenz des Kantons Zürich SLK.

DMK/CRM. (1998). *Katalog Grundkenntnisse in Mathematik DMK / CRM 1998*.

Eberle, F., Gehrler, K., Jaggi, B., Kottonau, J., Oepke, M., Pflüger, M., Huber, C., Husfeldt, V., Lehmann, L., & Quesel, C. (2008). *Evaluation der Maturitätsreform 1995 (EVAMAR): Schlussbericht zur Phase II*. Bern: Staatssekretariat für Bildung und Forschung SBF.

EDK. (1995). *Verordnung des Bundesrates/Reglement der EDK über die Anerkennung von gymnasialen Maturitätsausweisen (MAR) vom 16. Januar / 15. Februar 1995*. Bern: Schweizerische Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektoren EDK.