

Name/Vorname: _____	
Punkte: _____	Note: _____
Datum Prüfung: <i>11. Juni 2008</i>	Datum Korrektur: _____

Maturitätsprüfung 4me 2008

- Fach:** Mathematik
- Lehrer:** Andy Risch
- Prüfungsdauer:** 3 Stunden
- Erlaubte Hilfsmittel:**
- TI 89/TI Voyage/TI Nspire
 - Formelsammlung „Fundamentum“, ergänzt durch eigene Formeln sowie ein eigenes Blatt, A4, vorne und hinten beschrieben.
 - TR-Büchlein
 - Tabelle Normalverteilung (Beilage)
- Bewertung:** Der ganze Lösungsweg muss bei jeder Aufgabe klar ersichtlich sein.
- Punktemaximum: 60 Punkte
- 55 Punkte ergeben die Note 6. 32 Punkte ergeben die Note 4. Die Notenskala kann nach unten angepasst werden.
- Bemerkungen:**
- Der TR ist zum Vereinfachen von Termen, zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen sowie zur Berechnung von Integralen und Ableitungen erlaubt und empfohlen. Skalar- und Vektorprodukte, Längen von Vektoren und Einheitsvektoren dürfen ebenfalls mit dem TR berechnet werden. Gib jeweils einen Hinweis wie „TR“, wenn Du Deinen TR einsetzt.
- Bitte achte auf eine sorgfältige und übersichtliche Darstellung.
- Du musst nicht für jede Aufgabe ein neues Blatt verwenden.
- Schreibe Deinen Namen auf jedes Blatt.
- Die Reihenfolge der Bearbeitung der Aufgaben spielt keine Rolle. Einfache und schwierige Aufgaben sind durchmischt.
- Lege am Ende Deine Lösungen in diesen Prüfungsbogen.

Viel Erfolg!

1. 6 P. Gegenseitige Lage und Abstände

Gegeben sind ein Punkt P sowie zwei Ebenen E und F und eine Gerade g:

$$P(7/0/-17), E: -6x + 4y + 8z + 10 = 0, F: 3x - 2y - 4z - 2 = 0, g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \\ -9 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- 1 P. Welche gegenseitige Lage haben die beiden Ebenen? Begründe.
- 1 P. Welche gegenseitige Lage hat die Gerade g bezüglich E? Begründe.
- 2 P. Welchen Abstand hat der Punkt P von der Ebene E?
- 2 P. Welchen Abstand hat der Punkt P von der Geraden g?

2. 6 P. Kegel

Ein gerader Kreiskegel besitzt die Spitze $S(-7/-3/14)$. $M(3/-1/3)$ ist der Mittelpunkt des Grundkreises. $P(1/-1/8)$ liegt auf einer Mantellinie des Kegels.

- 2 P. Bestimme die Gleichung der Ebene, in welcher der Grundkreis liegt.
- 4 P. Berechne das Volumen des Kegels.

3. 8 P. Quadrat

Ein Quadrat ABCD ist durch $A(5/4/-3)$, $B(-2/8/1)$ und $C(2/y/0)$ gegeben.

- 3 P. Berechne die y-Koordinate von C sowie die Koordinaten von D.
- 5 P. Das Quadrat ABCD wird um seine Seite AB gedreht und zwar um einen Winkel von 90° . Welche Koordinaten hat die Ecke D nach dem Drehen? Berechne beide möglichen Punkte.

Hinweis: Falls Du Teil a) nicht geschafft hast, löse die Aufgabe b) für das Rechteck ABCD mit A und B wie oben und $C(2/6/10)$.

4. 4 P. Folgen und Reihen

- 2 P. Berechne nachvollziehbar und ohne TR die Grenzwerte. Ohne Begründung gibt es keine Punkte.

$$(i) \text{ 1 P. } \frac{(n-2)^2}{(2n+1)^2 - (3n-2)^2} \quad (ii) \text{ 1 P. } 0.25^n \cdot \frac{3n}{n-2} \cdot 4^n.$$

- 2 P. Berechne ohne TR: $5 - 1 + \frac{1}{5} - \frac{1}{25} + \frac{1}{125} - \dots$

5. 6 P. Extrema und Tangenten

a) 3 P. Gegeben ist die Funktion $f(x) = (\cos x)^3$. Berechne sämtliche Maxima, Minima und Terrassenpunkte der Funktion im Intervall $x \in [0, 2\pi]$. Handelt es sich um globale oder lokale Extrema? Begründe.

b) 3 P. Studiere die Funktion $g(x) = e^x - x$. Lege eine Tangente so an den Graphen von g , dass diese durch den Nullpunkt geht. Wie lautet die Tangentengleichung?

6. 5 P. Werkstück

Ein rotationssymmetrisches Werkstück hat die Form eines Zylinders, dem auf der einen Seite eine Halbkugel und auf der anderen Seite ein Kegel aufgesetzt ist. Zylinder-, Halbkugel- und Kegelradius sind gleich. Der Radius des Kegels verhält sich zu seiner Höhe wie 8:15. Das Volumen des gesamten Werkstücks ist 518π .

Aufgabe:

Wie ist das Werkstück zu dimensionieren, damit sein Oberflächeninhalt minimal wird? Berechne dazu den Radius des Zylinders sowie die Zylinder- und die Kegelhöhe.

7. 5 P. Flächen- und Volumeninhalt

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = \frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$ und $g(x) = 3-x$.

a) 2 P. Der Graph von f , der Graph von g sowie die x -Achse schliessen ein Flächenstück ein. Berechne dessen Inhalt.

b) 3 P. Der Graph von f rotiert für $x \in [4, 10]$ um die x -Achse. Berechne das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.

8. 5 P. Tennis

Im Tennis-Finalspiel in Wimbledon (best of 5) stehen sich Federer und Nadal gegenüber. Federer gewinnt einen Satz mit einer Wahrscheinlichkeit von 60%. Falls er zwei Sätze gewonnen hat, steigt die Wahrscheinlichkeit eines Satzgewinnes auf 75% und bleibt dann unverändert. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit,

a) 1 P. dass Federer das Spiel in drei Sätzen gewinnt?

b) 1 P. dass Federer das Spiel gewinnt, wenn Nadal die ersten beiden Sätze für sich entscheidet?

c) 3 P. dass Nadal das Spiel gewinnt?

9. 7 P. Fluggesellschaft

Eine Fluggesellschaft bietet einen Linienflug mit einem Flugzeug mit 300 Sitzplätzen an. Erfahrungsgemäss wird ein gebuchter Platz nur in 90% der Buchungen tatsächlich belegt.

a) 2 P. Berechne den Erwartungswert und die Standardabweichung der Anzahl der tatsächlich belegten Plätze.

Rechne nun mit dem Erwartungswert von 275 und der Standardabweichung von 5 weiter.

b) 1 P. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind mindestens 95% der Plätze besetzt?

c) 2 P. Ermittle ein symmetrisches Intervall um den Mittelwert, in dem die Anzahl der tatsächlich belegten Plätze mit 90%-iger Wahrscheinlichkeit liegt.

d) 2 P. Um eine bessere Auslastung zu erzielen, führt die Fluggesellschaft Überbuchungen durch. D.h. die Fluggesellschaft nimmt mehr als 300 Buchungen entgegen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer 10%-igen Überbuchung nicht alle Passagiere transportiert werden können?

10. 4 P. Zahlen, Ziffern und Lampen

a) 1 P. Wie viele sechsstellige Zahlen enthalten die Ziffer 0 genau einmal?

b) 1 P. Wie viele vierstellige Zahlen enden mit genau zwei gleichen Ziffern?

c) 2 P. In einem Geschäft gibt es 7 Lampen, die man unabhängig voneinander ein- und ausschalten kann. Wie viele Beleuchtungsarten gibt es, wenn höchstens 3 Lampen brennen sollen?

11. 4 P. Würfel

Ein Würfel soll öfter als 50-mal geworfen werden. Wie oft müssen Sie ihn werfen, damit die absolute Häufigkeit der Augenzahl 6 mit 90%-iger Wahrscheinlichkeit um höchstens 3 vom Erwartungswert abweicht?