

# Differenzieren und Integrieren - Do it yourself

Daniel Zogg und Baoswan Dzung Wong

Tag über Mathematik und Unterricht, 14. 9. 2011,  
Bern, Gymnasium Kirchenfeld

# Inhalt des Vortrags

## Differenzieren - Do it yourself:

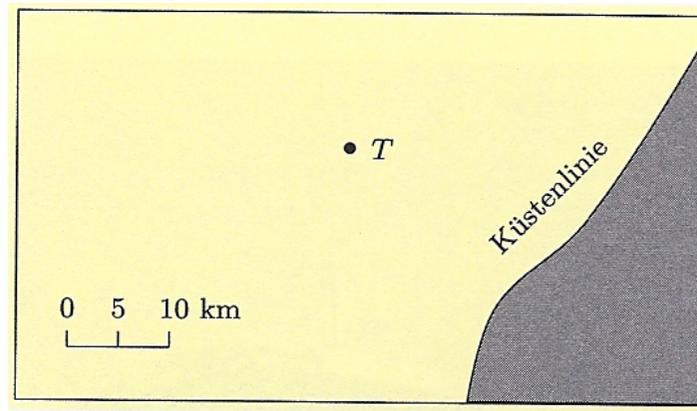
1. Tankerunfall (Konstantenregeln)
2. Patrouillierende Schildwache (Ableitung der Sinusfunktion)
3. Zwei Buchseiten

## Integrieren - Do it yourself:

1. Umweltverschmutzung (Riemannsche Summe)
2. Wartezeit im Restaurant (Integrieren in der Stochastik)

# Differenzieren:

## 1. Tankerunfall

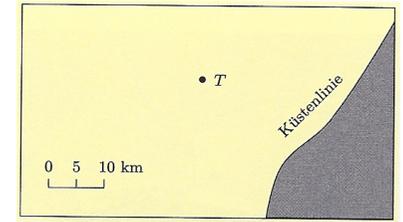


- Das Ausströmen des Öls geschehe kreisförmig und gleichmässig.
- Der Ölteppich habe nach 1 Tag einen Radius von 10 km.
- Das Errichten einer Ölsperre daure 2.5 Tage.

Kann verhindert werden, dass der Ölteppich die Küste in 20 km Entfernung erreicht?

# Differenzieren:

## 1. Tankerunfall

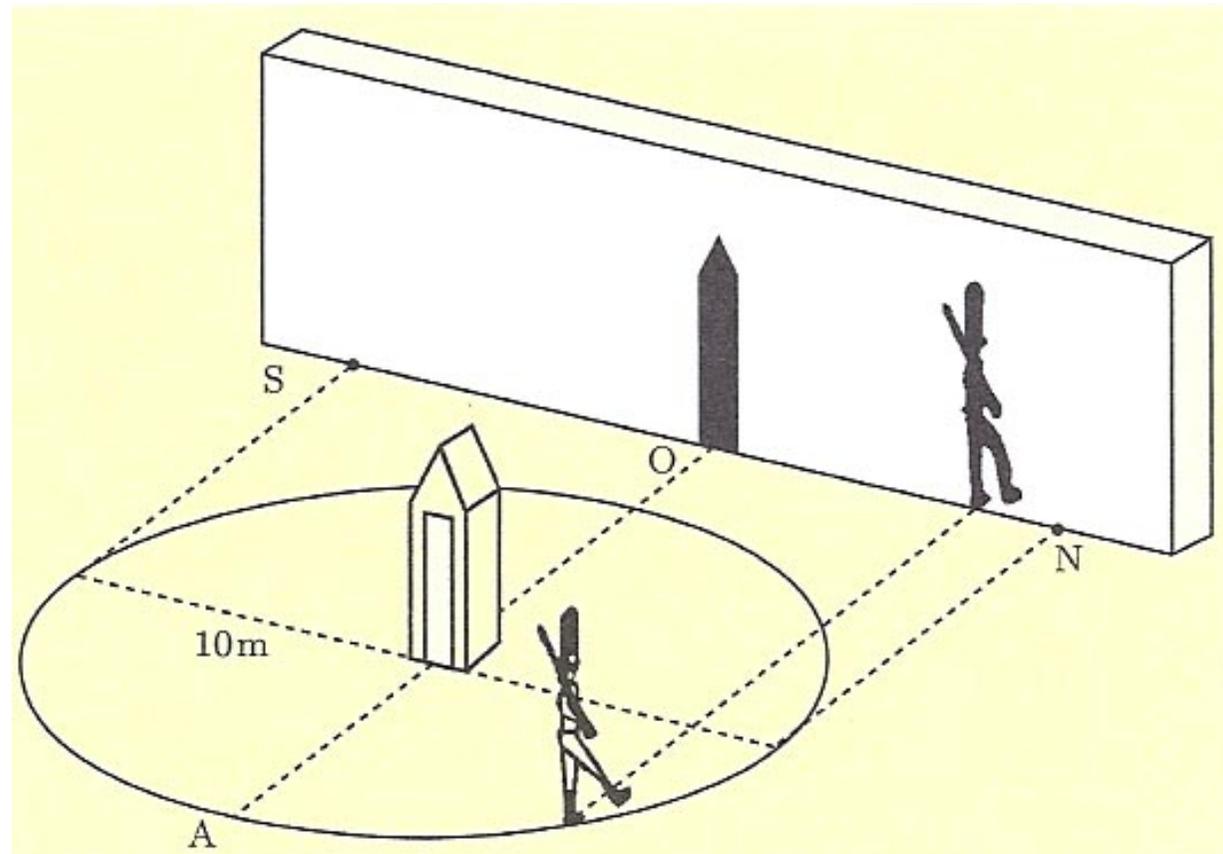


Wochen $s$	1	2	3	4	5	6	7	$s$
Tage $t$	7							
Radius (in dekakm)	$\sqrt{7}$	$\sqrt{14}$						
Ausbreitungsgeschwindigkeit (in dekakm/Tag)	$\frac{1}{2\sqrt{7}}$							
Ausbreitungsgeschwindigkeit (in dekakm/Woche)								

Ermittlung durch Tabellenausfüllen

# Differenzieren:

## 2. Patrouillierende Schildwache





# Differenzieren:

## 3. Eine Buchseite

**Aufgabe 11** Berechnen Sie:

- a)  $\frac{d}{dx} e^{2x}$       d)  $\frac{d}{dx} \sqrt[3]{e^x}$       g)  $\frac{d}{dt} (t - e^t)$   
b)  $\frac{d}{dx} e^{-x}$       e)  $\frac{d}{dt} e^{t-2}$       h)  $\frac{d}{dt} ((t-1)e^t)$   
c)  $\frac{d}{dx} 2e^{5x}$       f)  $\frac{d}{dt} (e^t - e^2)$

**Aufgabe 12** Betrachten Sie die Funktion

$$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2} =: \cosh x$$

Die Funktion heisst **Cosinus hyperbolicus** und wird mit  $\cosh$  abgekürzt. Ihr Graf heisst auch Kettenlinie. Halten Sie eine Kette an ihren Enden, so fällt sie nährungsweise in der Form eines Cosinus hyperbolicus.

- a) Zeichnen Sie auf dem TC den Grafen im Fenster  $[-2, 2]$  mal  $[0, 4]$ . Welches sind die Koordinaten des Extremums des Grafen?  
b) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente im Punkt mit der  $x$ -Koordinate 1. Berechnen Sie die  $y$ -Koordinate des Schnittpunktes der Tangente mit der  $y$ -Achse.  
c) Zeigen Sie, dass gilt:  $y'' = y$ .  
d) Die Funktion

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{2} =: \sinh x$$

heisst **Sinus hyperbolicus** und wird mit  $\sinh$  abgekürzt. Beantworten Sie die Fragen a) bis c) auch für diese Funktion.



# Differenzieren:

## 3. Eine Buchseite

### Zusammenfassung

In diesem Kapitel haben Sie die Regeln für das Differenzieren von Funktionen kennen gelernt, welche aus einer Funktion  $f$  entstehen, indem «aussen» oder «innen» eine Konstante addiert oder «aussen» oder «innen» mit einer Konstanten multipliziert wird. Es sei  $f'(x)$  die Ableitung von  $f(x)$ . Die Regeln lauten:

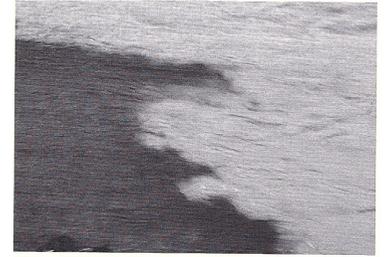
**D2** Für  $g(x) = cf(x)$  ist  $g'(x) = cf'(x)$

**D3** Für  $g(x) = f(cx)$  ist  $g'(x) = cf'(cx)$

**D4** Für  $g(x) = f(x) + c$  ist  $g'(x) = f'(x)$

**D5** Für  $g(x) = f(x + c)$  ist  $g'(x) = f'(x + c)$

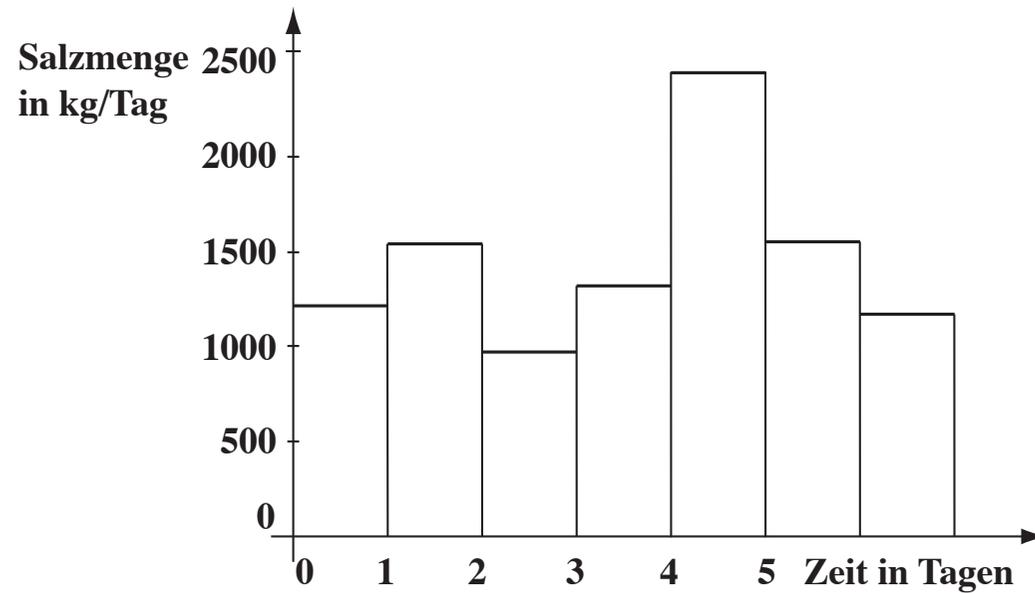
Nach jedem Kapitel werden die wichtigsten Erkenntnisse zusammengefasst.



# Integrieren:

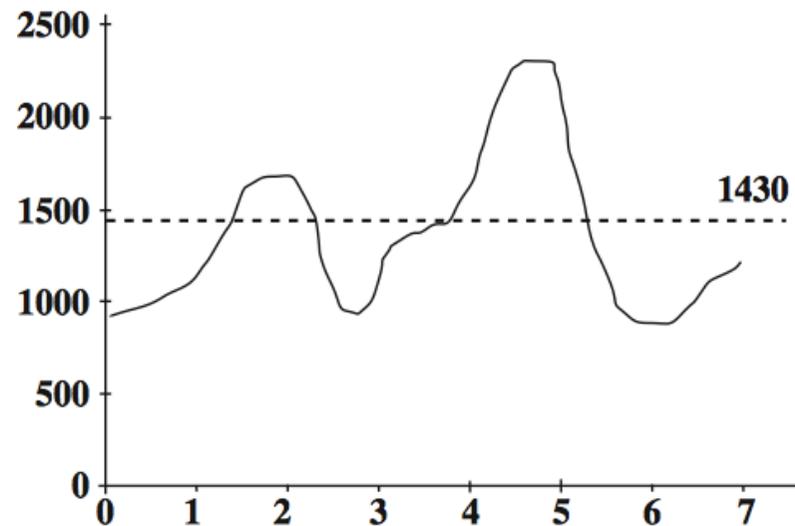
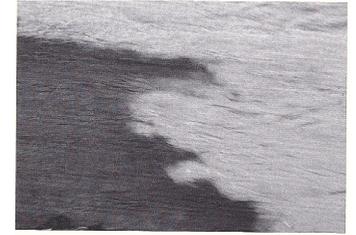
## 1. Umweltverschmutzung

### Tägliche Messungen



# Integrieren:

## 1. Umweltverschmutzung Halbstündliche Messungen



Schätzung des Mittelwertes

# Integrieren:

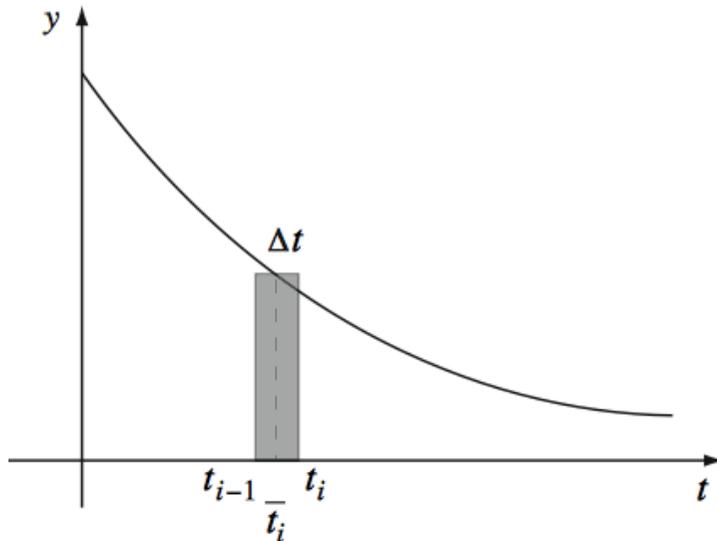
## 2. Wartezeit im Fastfood-Restaurant





# Integrieren:

## 2. Wartezeit im Fastfood-Restaurant



Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion:

$$\text{Falls } t < 0 \quad f(t) = 0$$

$$\text{Falls } t > 0 \quad f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

$$\text{Mittlere Wartezeit: } \mu = \int_{-\infty}^{\infty} t \cdot f(t) dt = \frac{1}{\lambda}$$